

## Løsningsforslag til øving 15

### Oppgave 1

Kirchhoffs spenningsregel gir, sammen med Ohms lov, for den første kretsen:

$$V_0 e^{i\omega t} = R I_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_R = V/I = R$$

For induktansen:

$$V_0 e^{i\omega t} = L \frac{dI}{dt} = i\omega L I_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_L = i\omega L$$

For kapasitansen:

$$V_0 e^{i\omega t} = \frac{Q}{C}$$

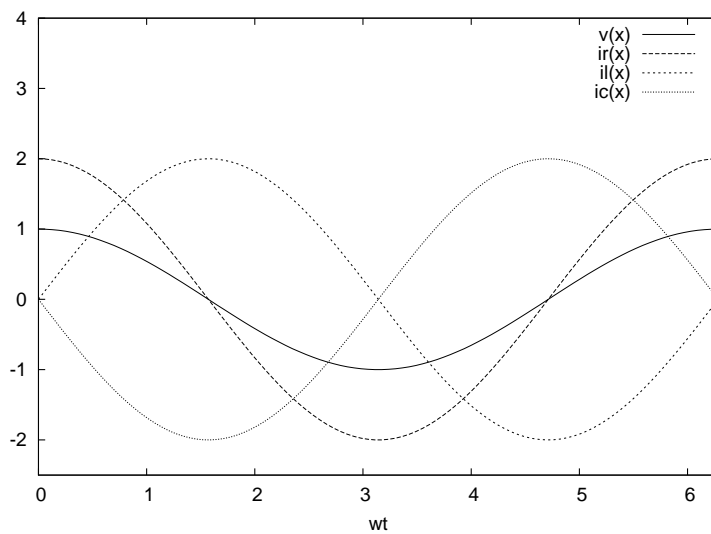
dvs

$$I_0 e^{i\omega t} = \frac{dQ}{dt} = i\omega C V_0 e^{i\omega t}$$

og dermed

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Skisse:



### Oppgave 2

Første krets er en seriekobling av  $R$  og  $R$ , som igjen er koblet i serie med en parallellkobling av  $L$  og  $C$ . Parallellkoblingens impedans:

$$(1/i\omega L + i\omega C)^{-1} = \frac{i\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Totalt:

$$Z_1 = 2R + i \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Andre krets er en seriekobling av  $L$ ,  $R$  og  $C$ , som igjen er koblet i parallell med  $L$ :

$$Z_2 = (1/i\omega L + 1/(R + i\omega L + 1/i\omega C))^{-1}$$

Tredje krets er en seriekobling av  $R$  og  $L$ , som igjen er koblet i serie med en parallellkobling av  $C$  og en  $R$  og  $L$  i serie:

$$Z_3 = R + i\omega L + (i\omega C + 1/(R + i\omega L))^{-1}$$

Fjerde krets er en parallellkobling av tre stk  $C$ :

$$Z_4 = (i\omega C + i\omega C + i\omega C)^{-1} = \frac{1}{3i\omega C}$$

### Oppgave 3

Seriekoblingens impedans:

$$Z = R + i\omega L + 1/i\omega C = R + i(\omega L - 1/\omega C)$$

Absoluttverdi:

$$|Z| = \left(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2\right)^{1/2}$$

Fasevinkel:

$$\alpha = \arctan \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

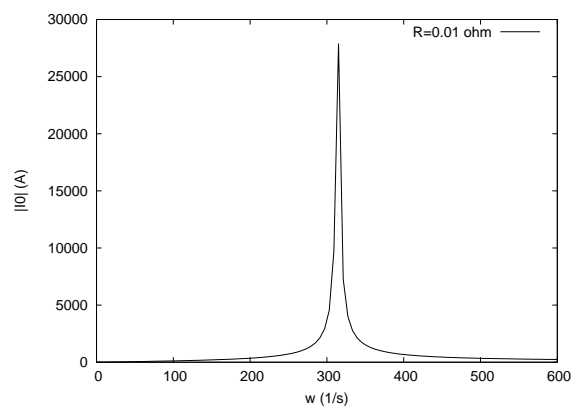
Strømamplituden blir:

$$|I_0(\omega)| = \frac{V_0}{|Z|} = \frac{V_0}{\left(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2\right)^{1/2}}$$

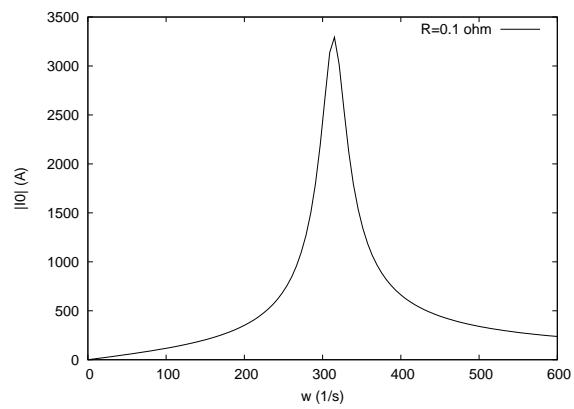
Med oppgitte tallverdier, og med  $R$  i enheten  $\Omega$ , har vi, i enheten A:

$$|I_0(\omega)| = \frac{330}{\left(R^2 + (\omega/100\pi - 100\pi/\omega)^2\right)^{1/2}}$$

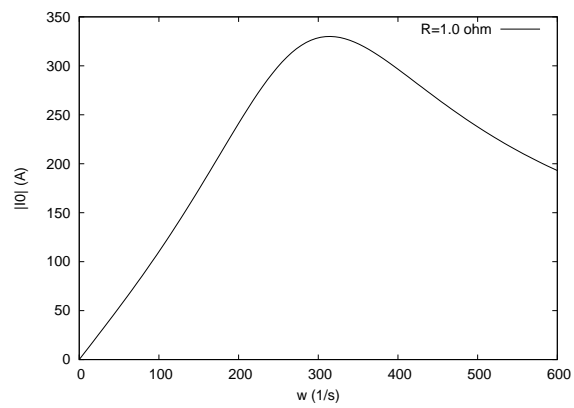
Med  $R = 0.01 \Omega$ :



Med  $R = 0.1 \Omega$ :



Med  $R = 1.0 \Omega$ :



En frekvens 50 Hz tilsvarer  $\omega = 100\pi$  per sekund, og dette er nettopp resonansfrekvensen i denne kretsen. Vi ser at for alle valgte motstandsverdier blir strøamplituden uansett for stor for en normal sikring i et hus. Med 10-amperes sikring kan vi tillate  $|I_0| \simeq 14$  A, som betyr at vi må bruke en motstand som er minst  $330/14 \simeq 23.57 \simeq 24 \Omega$ .