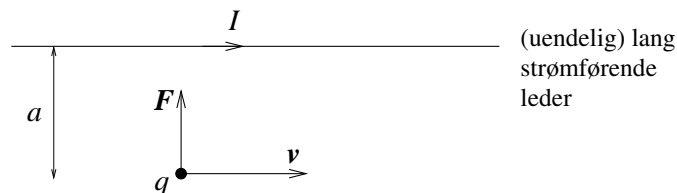


# MAGNETFELT OG MAGNETISME SOM RELATIVISTISK FENOMEN

(orienteringsstoff; ikke pensum til eksamen)

Utgangspunkt: Anta at vi kjenner til Coulombs lov og elektriske krefter. Vi vet derimot *ingenting* om magnetfelt og magnetisme.

Vi gjør så et eksperiment:



... og måler til vår store overraskelse en kraft på ladningen  $q$ :

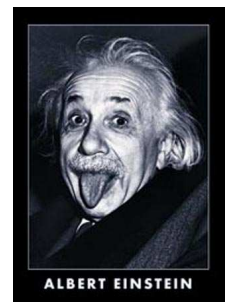
$$F = k \frac{I}{a} q v$$

med retning inn mot lederen dersom  $q > 0$ .

(Retning vekk fra lederen dersom  $q$ ,  $I$  eller  $v$  skifter fortegn.)

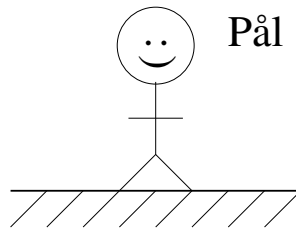
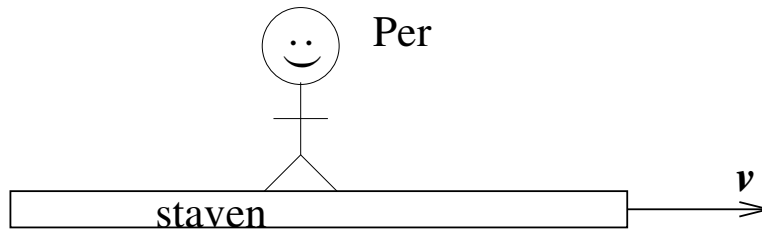
Lederen er *elektrisk nøytral*  $\Rightarrow$  den elektriske kraften må være *null* !

HVOR KOMMER KRAFTEN $F$ FRA??
-------------------------------



Løsning: Relativitetsteori!

Lorentzkontraksjon:



*Per:* Stavens lengde er  $L$ .

*Pål:* Stavens lengde er  $L/\gamma < L$ .

Her er:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq 1$$

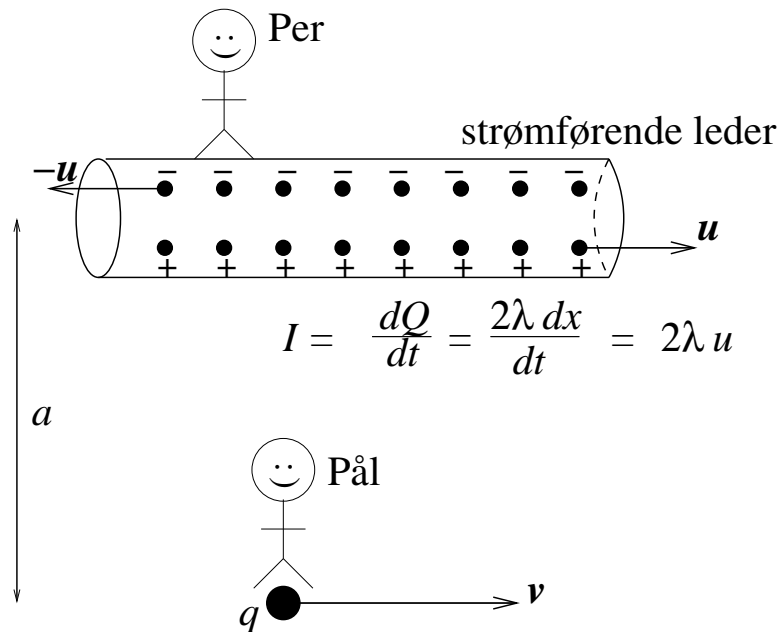
med  $c$  = lyshastigheten ( $= 299792458$  m/s  $\simeq 3 \cdot 10^8$  m/s) og  $v$  = hastigheten til staven og Per (i stavens lengderetning) i forhold til Pål.

Eksempel: Per er i ro i forhold til staven og måler dens lengde til 1 m. Pål ser en stav som har en hastighet  $v = 30000$  km/s. Da er  $v^2/c^2 = 10^{-2}$  og Pål vil si at stavens lengde er 0.995 m, dvs 5 mm kortere.

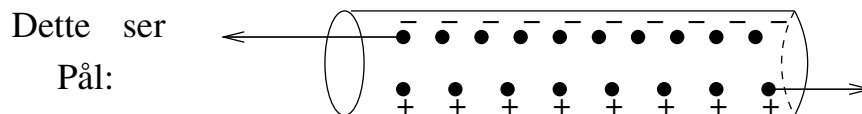
Altså:

Objekter i bevegelse er kortere enn når de er i ro!

Konsekvenser av Lorentzkontraksjon for ladningen  $q$  som er i bevegelse langs den strømførende lederen:



*Per*: Lederen har negativ ladning  $-\lambda$  pr lengdeenhet og positiv ladning  $\lambda$  pr lengdeenhet. Alt i alt er lederen *elektrisk nøytral*.



*Pål*: Lederen har negativ ladning  $-\lambda_-$  pr lengdeenhet og positiv ladning  $\lambda_+$  pr lengdeenhet. De negative ladningene har *størst* hastighet i forhold til meg. På grunn av *størst* Lorentzkontraksjon ligger derfor disse *tettere* enn de positive ladningene. Altså er  $\lambda_- > \lambda_+$ . Alt i alt er lederen *ikke elektrisk nøytral*; den har en *netto negativ ladning*  $\Delta\lambda = -\lambda_- + \lambda_+ < 0$ .

Dermed måler Pål en *tiltrekkende elektrisk kraft* på ladningen  $q$ :

$$F_{\text{Pal}} = F_e = qE = q \cdot \frac{\Delta\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

der vi har brukt at elektrisk felt i avstand  $a$  fra en uendelig lang stav med ladning  $\Delta\lambda$  pr lengdeenhet er (se øving 3, oppgave 1d og øving 6, oppgave 2)  
 $E = \Delta\lambda/2\pi\epsilon_0 a$

So what? Vi er typisk i Pers situasjon, dvs på laben, i ro i forhold til lederen, og hvem har sagt at Per, som ser en nøytral leder, vil måle en kraft på  $q$ ?

Jo, det sier Einstein, med sitt *relativitetsprinsipp*:

Fysikkens lover gjelder i alle *inertialsystemer*, dvs i alle referansesystemer som er i ro eller i konstant hastighet.

Dermed: Hvis Pål måler en kraft på  $q$ , må også Per måle en kraft på  $q$ !

Kvantitativt:

$$F_{\text{Per}} = \sqrt{1 - v^2/c^2} F_{\text{Pål}} = \frac{1}{\gamma} F_{\text{Pål}}$$
$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda vu}{c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2\lambda vu}{c^2} \cdot \gamma$$

...som vi her simpelthen godtar uten bevis...

(Se notat på fagets hjemmeside for flere detaljer.)

Dermed:

$$\begin{aligned} F_{\text{Per}} &= \frac{1}{\gamma} \cdot q \cdot \frac{2\lambda vu}{2\pi\epsilon_0 ac^2} \cdot \gamma \\ &= qv \frac{2\lambda u}{2\pi\epsilon_0 c^2 a} \\ &= qv \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2 a} \end{aligned}$$

Som i eksperimentet vårt, med

$$k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

(dvs en naturkonstant)

La oss skrive

$$F_{\text{Per}} = F_m = qvB$$

med

$$B = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2 a}$$

Størrelsen  $B$  er nettopp *magnetfeltet* (her: i avstand  $a$  fra en lang, rett strømførende leder med strøm  $I$ ), og  $F_m$  er den *magnetiske kraften* på ladningen  $q$  med hastighet  $v$ .

Merk at vi har fått oppklart to viktige spørsmål:

Hvor kommer magnetfeltet fra?

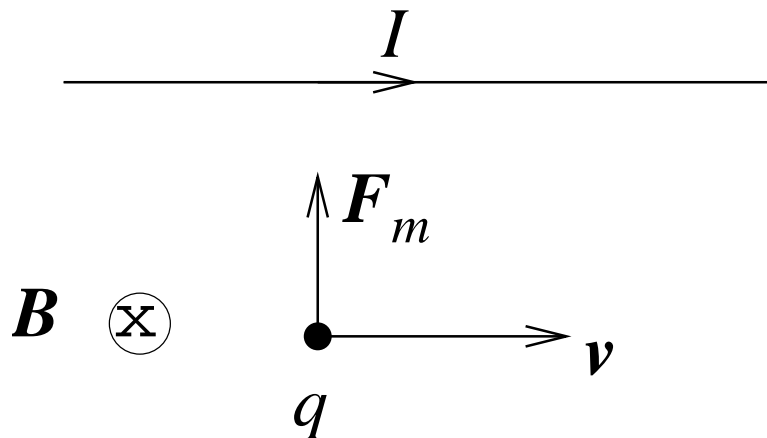
Svar: Fra ladninger i bevegelse, dvs *elektrisk strøm*.

Hvordan virker den magnetiske kraften på en ladning i bevegelse?

Svar:  $F_m = qvB$

Men hvordan uttrykke  $F_m = qvB$  på *vektorform*? Både  $\mathbf{F}_m$  og  $\mathbf{v}$  er jo vektorer, men ikke parallelle vektorer....

Vi må ty til *kryssprodukt*! La  $\mathbf{B}$  være en vektor som peker inn i planet:



Da ser vi at vi kan skrive:

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

KONKLUSJON: (og dette er selvsagt pensum!)

Fra før: Elektrisk felt  $\mathbf{E}$  lages av ladninger (i ro eller i bevegelse) og resulterer i elektrisk kraft på ladninger (i ro eller i bevegelse):

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$$

Nå: Magnetfelt  $\mathbf{B}$  lages av strøm (dvs ladninger i bevegelse) og resulterer i magnetisk kraft på ladninger i bevegelse:

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Med både  $\mathbf{E}$  og  $\mathbf{B}$  til stede samtidig, påvirkes ladningen  $q$  med hastighet  $\mathbf{v}$  av *Lorentzkraften*

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

