

Onsdag 18.02.09 og fredag 20.02.09

### Elektrisk polarisering. Dielektrika.

[FGT 25.5, 25.6; YF 24.4, 24.5; TM 24.5, 24.6; AF 25.6, 25.7; LHL 20.5; DJG 4.1]

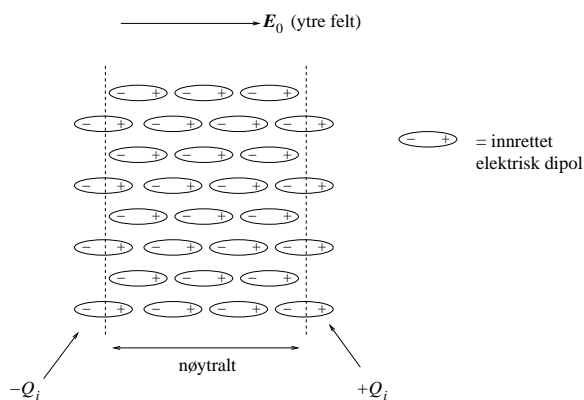
Isolator: Ingen mobile (frie) ladninger (men *bundne* ladninger)

Dielektrikum bruker vi simpelthen som en alternativ betegnelse for en isolator.

Plasseres et dielektrikum i et ytre elektrisk felt  $\mathbf{E}_0$ , får vi innretting av (molekylære) elektriske dipoler langs  $\mathbf{E}_0$ , jfr øving 5, oppgave 4. (Eventuelt: Polarisering internt i atomer og upolare molekyler som i utgangspunktet har null elektrisk dipolmoment.)

Netto (makroskopisk) effekt av det ytre feltet:

Forskyvning av bundne ladninger



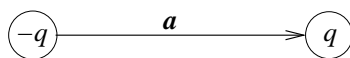
$\pm Q_i$  = induert nettoladning på isolatorens overflater

Polarisering = dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}}{V}$$

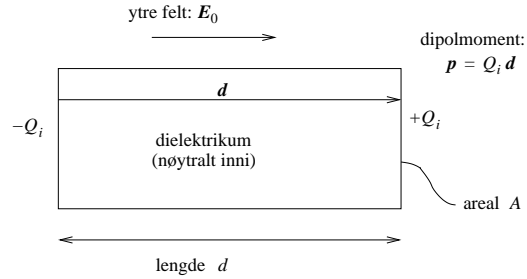
Elektrisk dipolmoment (for punktladninger  $\pm q$  i innbyrdes avstand  $\mathbf{a}$ , repetisjon!):

$$\mathbf{p} = q\mathbf{a}$$



*Kommentar:* I noen materialer vil det være energetisk gunstig at de atomære (evt molekylære) elektriske dipolene peker i samme retning, selv *uten* påvirkning fra et ytre felt. Slike *ferroelektriske* krystaller vil typisk ha en *ordnet fase* med  $\mathbf{P} \neq 0$  så lenge temperaturen  $T$  ikke overstiger en såkalt *kritisk temperatur*  $T_c$ .

Dielektrikum i ytre felt  $\mathbf{E}_0$ :



Volum:  $V = Ad$

Tetthet av indusert overflateladning:  $\sigma_i = Q_i/A$

Dermed:

Totalt dipolmoment:  $p = |\mathbf{p}| = Q_i d = \sigma_i A d = \sigma_i V$

Polarisering:  $\mathbf{P} = |\mathbf{P}| = p/V = \sigma_i$

Generelt:  $\mathbf{P} \cdot \hat{n} = P_\perp = \sigma_i$

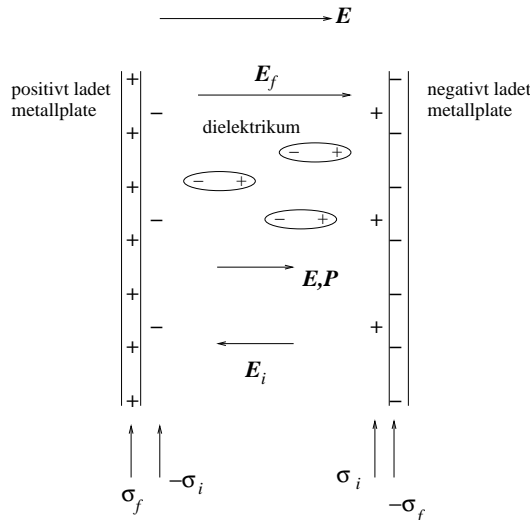
( $\hat{n}$  = flatenormal,  $P_\perp$  = komponenten av  $\mathbf{P}$  som står normalt på overflaten)

## Elektrisk forskyvning.

[FGT 25.6; YF 24.6; TM 24.6; AF 25.8; LHL 20.5; DJG 4.3]

Bruker idealisert system som vi har sett på før:

Motsatt ladede metallplater (uendelig store), nå med dielektrikum i mellom:



Fri ladning pr flateenhet på metallplatene:  $\sigma_f$

... som genererer elektrisk felt mellom platene:  $E_f = \sigma_f/\varepsilon_0$  (null felt utenfor platene)

Indusert ladning pr flateenhet på overflaten av dielektrikum:  $\sigma_i$

... som genererer elektrisk felt mellom platene:  $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$

Totalt felt mellom platene:  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_f + \mathbf{E}_i \Rightarrow E = |\mathbf{E}| = E_f - E_i = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$

Netto ladning på overflatene:  $\pm\sigma = \pm(\sigma_f - \sigma_i)$

... som genererer totalt felt mellom platene:  $E = \sigma/\varepsilon_0 = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$ , OK!

Vi har:  $\sigma_i = P$  = polariseringen i dielektrikumet (= dipolmoment pr volumenhet)

Dermed:

$$\sigma_f = \sigma + \sigma_i = \varepsilon_0 E + P$$

Vi ser altså at tettheten av *fri* ladning  $\sigma_f$  er knyttet til kombinasjonen  $\varepsilon_0 E + P$ . I endel tilfeller, f.eks. i endel eksperimenter, er det nettopp den frie ladningen vi har kontroll over. Med dielektrikum til stede er det derfor ofte *hensiktsmessig* å "referere til" vektorfeltet

$$\mathbf{D} \equiv \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$\mathbf{D}$  kalles *elektrisk forskyvning*.

Her:

$$D = |\mathbf{D}| = \sigma_f$$

Generelt (som vi også fant for  $\mathbf{P}$ ):

$$\sigma_f = \mathbf{D} \cdot \hat{n} = D_{\perp}$$

der  $D_{\perp}$  er normalkomponenten av den elektriske forskyvningen.

Vi har en Gauss' lov for den elektriske forskyvningen  $\mathbf{D}$ . Denne kan vi benytte oss av i problemer der vi kjenner den frie ladningen, men ikke den induserte ladningen knyttet til polariseringen av dielektriske medier som er til stede.

Gauss' lov for  $\mathbf{D}$ :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_f$$

der  $Q_f$  er netto *fri* ladning innenfor den lukkede flaten  $S$ . (Netto total ladning innenfor  $S$  er  $Q_{\text{in}} = Q_f - Q_i$ , med  $-Q_i$  = netto *bundet* ladning, knyttet til polariseringen  $\mathbf{P}$ , innenfor  $S$ .)

## Elektrisk susceptibilitet og permittivitet; lineær respons.

[FGT 25.5; YF 24.4; TM 24.5, 24.6; AF 25.9; LHL 20.5; DJG 4.4]

Lineær respons:  $\mathbf{P}$  proporsjonal med  $\mathbf{E}$ , dvs vi kan skrive

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

der vi har innført  $\chi_e$  = elektrisk susceptibilitet.

Dermed:

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ &= (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \varepsilon \mathbf{E}\end{aligned}$$

Her har vi innført størrelsene

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$  = relativ permittivitet ("dielektrisitetskonstanten")

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  = mediets permittivitet

Enheter:

$[\chi_e] = [\varepsilon_r] = 1$  (dimensjonsløs)

$[\varepsilon] = [\varepsilon_0] = \text{C}^2/\text{Nm}^2$

Punktladning  $q$  i dielektrikum med permittivitet  $\varepsilon$ :

Elektrisk felt:  $\mathbf{E}(r) = (q/4\pi\varepsilon r^2)\hat{r}$

Elektrisk potensial:  $V(r) = q/4\pi\varepsilon r$

Dvs: Som for punktladning i vakuum, men med  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon > \varepsilon_0$ ; mediet polariseres og *skjerner* punktladningen slik at  $E$  og  $V$  reduseres med en faktor  $1/\varepsilon_r$ .

*Kommentar:* Den lineære sammenhengen mellom  $\mathbf{P}$  og  $\mathbf{E}$  gjelder *ikke alltid*. For det første kan det hende at *retningen* på  $\mathbf{P}$  ikke er sammenfallende med retningen på  $\mathbf{E}$ . For det andre kan det hende at absoluttverdien  $P$  ikke er lineært avhengig av  $E$ .

Men i dette kurset skal vi hele tiden anta at  $\mathbf{P}$  er proporsjonal med  $\mathbf{E}$ , både når det gjelder absoluttverdi og retning, slik at susceptibiliteten  $\chi_e$  og den relative permittiviteten  $\varepsilon_r$  begge simpelthen er (positive) reelle tall. Merk også at  $\mathbf{E}$  er det *totale* elektriske feltet, ikke bare det ytre feltet.