Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektromagnetisme
Vår 2009

Øving 10

Veiledning: Mandag 16. og fredag 20. mars
Innleveringsfrist: Fredag 20. mars

Oppgave 1

En rett, sylinderformet leder med sirkulært tverrsnitt (radius R) fører en elektrisk strøm. La oss anta at strømtettheten er størst i sentrum av lederen og avtar med avstanden r fra sentrum på følgende måte:

$$j(r) = j_0 \, e^{-r/R}$$

Ved lederens overflate ($r = R$) har vi med andre ord en strømtetthet j_0/e. (Retningen på $\boldsymbol{j}(r)$ er *langs* lederen.)

Vis at total strøm i lederen er

$$I = 2\pi \, j_0 \, R^2 \left(1 - \frac{2}{e}\right) \qquad \left(\simeq 1.66 \, j_0 \, R^2\right)$$

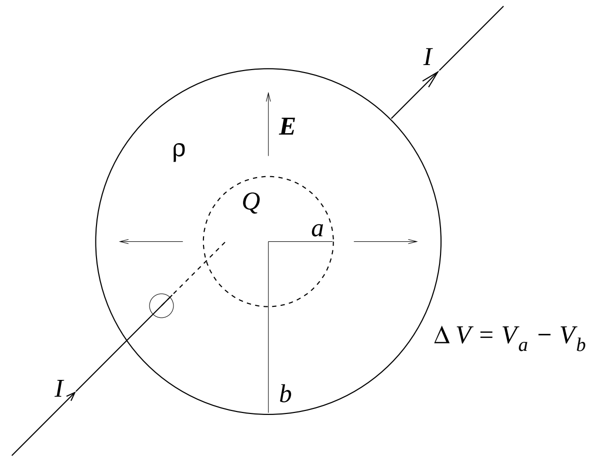
Hint: Ta utgangspunkt i strømmen dI som går i et sylinderformet "rør" med indre radius r og tykkelse dr. $\int x \, e^{-x} \, dx$ løses greit ved hjelp av delvis integrasjon.

Oppgave 2

Figuren viser to kuleformede ledere med radius hhv a (innerst) og b (ytterst). Området i mellom disse er fylt med et materiale med resistivitet ρ.
(NB: Merk at symbolet ρ her står for resistivitet, eller invers konduktivitet, ettersom $\rho = 1/\sigma$. Her betyr altså ikke ρ ladning pr volumenhet...!)
En tynn, isolert tilførselsledning går gjennom et lite hull i den ytterste lederen og inn til innerste leder. En stasjonær (dvs tidsuavhengig) elektrisk strøm går "gjennom systemet" som vist i figuren, og da er potensialforskjellen mellom indre og ytre leder $\Delta V = V_a - V_b$, med størst potensial innerst. Anta at tilførselsledningene har neglisjerbar motstand i forhold til materialet mellom indre og ytre leder og vis at systemets resistans er $R = \rho(a^{-1} - b^{-1})/4\pi$. Du kan gjøre dette på en av to måter (eller begge!):

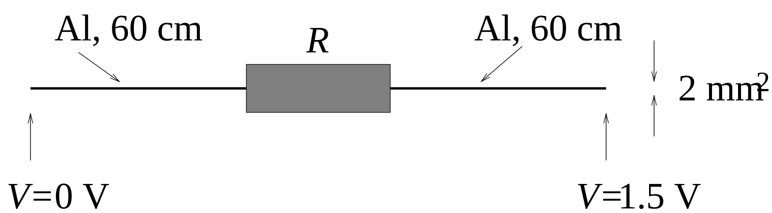
1. Med utgangspunkt i at motstanden til et kuleskall med radius r og tykkelse dr er $dR = \rho dr/4\pi r^2$.

2. Ved å anta at den innerste kula har ladning Q og bestemme både ΔV og strømstyrken $I = \int \boldsymbol{j} \cdot d\boldsymbol{A} = \rho^{-1} \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A}$.



Oppgave 3

En spenningskilde $V = 1.5$ V er koblet til en motstand med resistans $R = 20\ \Omega$ ved hjelp av to 60 cm lange kobberledninger med tverrsnitt 2 mm^2.



a) Hvor stort blir spenningsfallet over henholdsvis Cu–trådene og motstanden? [Svar: 0.75 mV og 1.5 V]

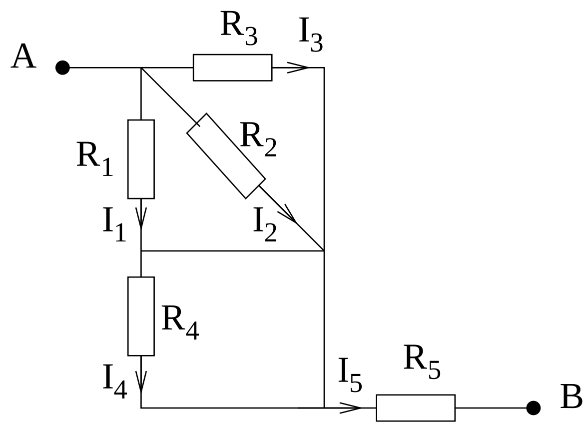
b) Bestem strømstyrken og utviklet effekt i motstanden. [Svar: ca 0.075 A og 0.11 W]

c) Hva blir de frie elektronenes midlere driftshastighet gjennom Cu–trådene? Anta her ett fritt elektron fra hvert Cu–atom. Sammenlign med midlere termiske hastighet for et elektron ved romtemperatur. (Midlere kinetisk energi pr elektron ved temperatur T er $3k_BT/2$, der k_B er Boltzmanns konstant.) [Svar: 2.76 μm/s og ca 10^5 m/s.]

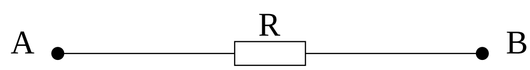
Oppgitt: Tetthet for Cu: 8960 kg/m^3. Molar masse for Cu: 63.54 g/mol. Elektrisk ledningsevne for Cu ved romtemperatur: $5.8 \cdot 10^7\ \Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1}$. Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Oppgave 4

Figuren nedenfor viser en elektrisk krets med 5 motstander R_j, $j = 1, .., 5$.



a) Bestem total motstand R mellom punktene A og B, dvs: Bestem motstanden R i den ekvivalente kretsen i følgende figur:



b) En ideell spenningskilde med elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$ kobles til kretsen slik at $\Delta V = V_A - V_B = \mathcal{E}$. Bestem hvor stor strøm I_j som da passerer gjennom hver av motstandene R_j. (Med mindre noe annet er spesifisert, regner vi alltid i slike oppgaver med at ledningene mellom de ulike motstandene er *perfekte ledere*, dvs med null motstand.)

Oppgave 5

En kondensator med kapasitans C har ladning $\pm Q_0$. Kondensatoren kobles ved tidspunktet $t = 0$ til en motstand R slik at vi får en lukket krets, og det begynner å gå en strøm i kretsen. Bestem kondensatorladningen $Q(t)$ og strømmen $I(t)$ for $t \geq 0$.