Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2009, uke 12

Onsdag 18.03.09 og fredag 20.03.09

Magnetisk vekselvirkning

[FGT 28, 29; YF 27, 28; TM 26, 27; AF 22, 24B; LHL 23; DJG 5]

Ladet partikkel i uniformt magnetfelt

[FGT 28.3; YF 27.4; TM 26.2; AF 22.3; LHL 23.1, 23.4; DJG 5.1.2]

Kraft på ladning q med hastighet $\boldsymbol{v}$ i magnetfelt $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Med vinkel θ mellom $\boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{B}$:

$$F = qvB \sin\theta$$

Dersom $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$:

$$F = qvB$$

Har alltid $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{B}$. Når $\boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v}$ blir partikkelens bane en *sirkel* med konstant $v = |\boldsymbol{v}|$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} \perp \boldsymbol{v} \quad &\Rightarrow \quad \boldsymbol{F} \perp \frac{d\boldsymbol{l}}{dt} \\ \Rightarrow \quad dW &= \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} = 0 \end{aligned}$$

dvs: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ utfører null arbeid

$$\Rightarrow v = \text{ konstant } \text{ og } T = \frac{1}{2}mv^2 = \text{ konstant}$$

Sentripetalakselerasjon:

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ \Rightarrow F &= ma = m\frac{v^2}{r} = qvB \\ \Rightarrow r &= \frac{mv}{qB} \end{aligned}$$

der r er sirkelbanens radius.

Sirkelbevegelsens *vinkelfrekvens*:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \equiv \omega_c \quad \text{(syklotronfrekvensen)}$$

Vinkelfrekvens = "omløpt" vinkel pr tidsenhet

Frekvensen = antall omløp pr tidsenhet:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Perioden = omløpstida:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Med både elektrisk felt $\boldsymbol{E}$ og magnetfelt $\boldsymbol{B}$ til stede påvirkes ladningen av *Lorentzkraften*:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Vi ser at enheten for magnetfelt må være

$$[B] = \frac{[F]}{[qv]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Cm/s}}$$

I SI-systemet har dette fått en egen betegnelse:

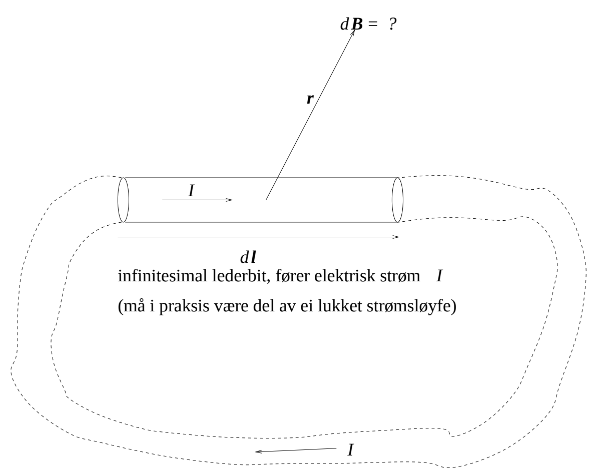
$$[B] = \mathrm{T}$$

eller *tesla*. En alternativ enhet for magnetfeltet er *gauss* (G). 1 tesla er det samme som 10000 gauss. Jordmagnetfeltet er ca 0.5 G, så et magnetfelt på 1 T er ganske mye.

Magnetfelt fra elektrisk strøm

[FGT 29.4; YF 28.2; TM 27.2; AF 24.11; LHL 23.5; DJG 5.2]

Biot–Savarts lov (empirisk, dvs eksperimentelt funnet):



Bidraget $d\boldsymbol{B}$ til magnetfeltet i punktet som ligger i en avstand fra lederbiten $d\boldsymbol{l}$ gitt ved vektoren $\boldsymbol{r}$, når lederen fører en stasjonær (dvs tidsuavhengig) elektrisk strøm I er

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

Superposisjonsprinsippet gjelder for magnetfeltet, så magnetfeltet fra hele den lukkede strømsløyfa blir

$$\boldsymbol{B} = \oint d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ettersom ladning ikke oppstår eller forsvinner av seg selv, må det ei *lukket* sløyfe til for å opprettholde en konstant elektrisk strøm I.

I *prinsipp* kan Biot–Savarts lov brukes til å bestemme magnetfeltet i en vilkårlig posisjon i forhold til ei vilkårlig utformet strømsløyfe.
I *praksis* klarer vi bare å løse integralet i Biot–Savarts lov *analytisk* for enkelte spesialtilfeller, f.eks. rett leder, på symmetriaksen til sirkulær eller kvadratisk strømsløyfe osv.
(Problemer som ikke kan løses analytisk kan løses med numeriske metoder.)

Magnetiske feltlinjer
[FGT 29.2; YF 27.3; TM 26.1; LHL 23.1]

Innføres for å visualisere magnetfeltet i et område. Defineres på tilsvarende vis som vi gjorde med elektriske feltlinjer:

- Retningen: $\boldsymbol{B}$ parallell med feltlinjene overalt.
- Styrken: $|\boldsymbol{B}|$ proporsjonal med tettheten av feltlinjer (dvs antall feltlinjer pr flateenhet)

MERK at vi alltid har *lukkede feltlinjer* for $\boldsymbol{B}$. Det er fordi det ikke eksisterer magnetiske *monopoler* i naturen. (Mens *elektriske* monopoler, dvs positive og negative ladninger, finnes!)

Magnetisk kraft på elektrisk strøm
[FGT 28.4; YF 27.6; TM 26.1; AF 24.9; LHL 23.2; DJG 5.1.3]

Rett leder, lengde L, strøm I:

$$\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

Generalisering: Leder med lengde L, strøm I, vilkårlig “form”:

$$\boldsymbol{F} = \int_L d\boldsymbol{F} = I \int_L d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$$

Magnetisk kraft mellom parallelle strømførende ledere
[FGT 29.1; YF 28.4; TM 27.2; AF 24.14; LHL 23.5]

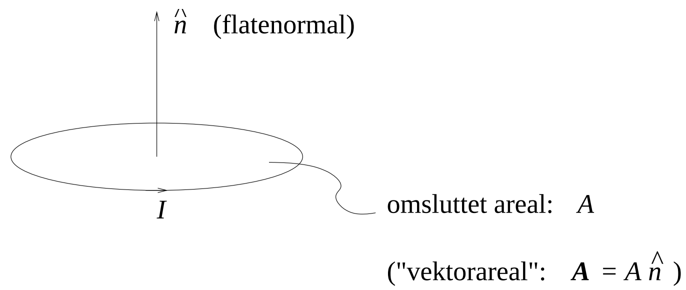
Kraft pr lengdeenhet mellom parallelle ledere med strøm hhv I_1 og I_2:

$$f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

der r er avstanden mellom lederne.
Samme retning på strømmene $\Rightarrow$ tiltrekning
Motsatt retning på strømmene $\Rightarrow$ frastøtning

Magnetiske dipoler
[FGT 28.5, 29.4; YF 27.7; TM 26.3; AF 22.7; LHL 23.3, 26.2; DJG 5.4.3]

Elektrisk strømsløyfe = Magnetisk dipol:



Magnetisk dipolmoment (for *plan* strømsløyfe):

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A} = IA\hat{n}$$

Enhet: $[m] = [IA] = \mathrm{Am}^2$

I likhet med elektrisk dipolmoment har også magnetisk dipolmoment en mer *generell* definisjon enn den vi innførte ovenfor. Har vi en strømfordeling gitt ved strømtettheten $\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$, er magnetisk dipolmoment $\boldsymbol{m}$ pr definisjon

$$\boldsymbol{m} = \frac{1}{2}\int \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})\; d^3r$$

Her går integralet over "hele rommet", dvs der henholdsvis ρ og $\boldsymbol{j}$ er forskjellig fra null. For *spesialtilfellet* som vi stort sett ser på i dette kurset, dvs plan strømsløyfe med stasjonær strøm I som omslutter et areal beskrevet ved vektoren (noen ganger kalt "vektorarealet") $\boldsymbol{A} = A\,\hat{n}$, reduserer denne generelle definisjonen seg nettopp til

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{A}$$