Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektromagnetisme
Vår 2009, uke16

Onsdag 15.04.09 og fredag 17.04.09

Magnetisk susceptibilitet og permeabilitet

[FGT 31.1; YF 28.8; TM 27.5, AF 26.7; LHL 26.1; DJG 6.4.1]

Dersom magnetiseringen er proporsjonal med det påtrykte feltet, kan vi skrive

$$\boldsymbol{M} = \chi_m \boldsymbol{H}$$

Her er χ_m magnetisk susceptibilitet. Dermed, ut fra sammenhengen mellom $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{H}$ og $\boldsymbol{M}$:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\boldsymbol{H} = \mu_0\mu_r\boldsymbol{H} = \mu\boldsymbol{H}$$

Her er $\mu_r = 1 + \chi_m$ relativ permeabilitet mens μ er mediets permeabilitet. (Jfr lineær respons i dielektriske medier!)

Noen typiske tallverdier:
Diamagneter: $\chi_m \sim -10^{-5}$ til -10^{-4}
Paramagneter: $\chi_m \sim 10^{-4}$ til 10^{-3}
Ferromagneter: $\chi_m \sim 10^3$ til 10^4 (eller mer)

Dette betyr at det bare er ferromagnetiske materialer (Fe, Co, Ni...) som "reagerer noe særlig" på et ytre magnetfelt.
For en "bløt" ferromagnet (f.eks. stål) vil $M(H)$ med god tilnærmelse være gitt ved en lineær funksjon i nærheten av $H = 0$. Dermed har vi lineær respons, og en veldefinert magnetisk susceptibilitet i dette området. For økende verdier av $|H|$ vil M etter hvert flate ut og nærme seg metningsmagnetiseringen M_s (dvs maksimal magnetisering).

Elektromagnetisk induksjon

[FGT 30.1 - 30.6; YF 29.1 - 29.5; TM 28.2 - 28.3; AF 27.1 - 27.3; LHL 24.1; DJG 7.2]

En elektromotorisk spenning (ems) $\mathcal{E}$ induseres i ei ledersløyfe dersom den magnetiske fluksen ϕ_m som omsluttes av ledersløyfa varierer med tiden:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Omsluttet magnetisk fluks er gitt ved flateintegralet av det magnetiske feltet $\boldsymbol{B}$, der integralet tas over flaten S som omsluttes av ledersløyfa:

$$\phi_m = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

Dermed ser vi at ϕ_m kan variere med tiden på ulike måter, f.eks. med

- tidsavhengig omsluttet areal S

- tidsavhengig orientering av ledersløyfa (bestemt ved retningen på $d\boldsymbol{A}$)
- tidsavhengig magnetfelt $\boldsymbol{B}$ (retning og/eller absoluttverdi)

I alle tilfelle får vi en indusert ems i ledersløyfa.

Retningen på indusert ems $\mathcal{E}$ bestemmes med *Lenz' lov*: En eventuell generert strøm I, drevet av $\mathcal{E}$, skaper et magnetfelt $\boldsymbol{B}_I$ og dermed en magnetisk fluks $\phi_I = \int_S \boldsymbol{B}_I \cdot d\boldsymbol{A}$ som er *motsatt rettet fluksendringen* $d\phi_m$ som i utgangspunktet forårsaket $\mathcal{E}$.

En indusert ems $\mathcal{E}$ i ei lukket ledersløyfe impliserer et *indusert elektrisk felt* $\boldsymbol{E}$:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

Faradays lov (eller for å være presis: Faraday - Henrys lov) uttrykker dermed en sammenheng mellom *feltene* $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$:

$$\oint_c \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A}$$

der c er en lukket kurve som omslutter en flate S.

Ettersom integralet av et slik "Faraday-indusert" elektrisk felt rundt en lukket kurve *ikke* er lik null, er det (pr definisjon) heller *ikke* et konservativt felt. (Mens et *elektrostatisk* felt *er* konservativt.)

Gjensidig induktans

[FGT 32.1; YF 30.1; AF 27.12; LHL 25.4; DJG 7.2.3]

En strøm I_1 i ei strømsløyfe (1) resulterer i et magnetfelt $\boldsymbol{B}_1$ i området omkring. Dette feltet kan vi, i hvert fall i prinsipp, regne ut ved hjelp av Biot-Savarts lov:

$$\boldsymbol{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{(1)} \frac{d\boldsymbol{l}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

Dersom ei *anna* strømsløyfe (2) er plassert i dette området, vil magnetfeltet fra sløyfe (1) resultere i en magnetisk fluks gjennom sløyfe (2):

$$\phi_2 = \int_{S_2} \boldsymbol{B}_1 \cdot d\boldsymbol{A}_2 = \int_{S_2} \left\{ \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint_{(1)} \frac{d\boldsymbol{l}_1 \times \hat{r}}{r^2} \right\} \cdot d\boldsymbol{A}_2$$

Uansett hva dette gufne integralet måtte være, kan vi uttrykke det på formen

$$\phi_2 = M_{21} I_1$$

forutsatt at I_1 er konstant i sløyfe (1), dvs den samme alle steder i sløyfa. (Og det må den jo være hvis det ikke skal hope seg opp med ladning noe sted...!)
Faktoren M_{21} er den *gjensidige induktansen* mellom de to sløyfene (1) og (2) og uttrykker hvor mye magnetisk fluks vi får "gjennom" (dvs omsluttet av) sløyfe (2) når det går en strøm i sløyfe (1):

$$M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1}$$

Omvendt må vi også få en magnetisk fluks gjennom sløyfe (1) hvis det går en strøm i sløyfe (2):

$$\phi_1 = \int_{S_1} \boldsymbol{B}_2 \cdot d\boldsymbol{A}_1 = \int_{S_1} \left\{ \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{(2)} \frac{d\boldsymbol{l}_2 \times \hat{r}}{r^2} \right\} \cdot d\boldsymbol{A}_1$$

dvs: Strømmen I_2 i sløyfe (2) skaper magnetfeltet $\boldsymbol{B}_2$, og dermed fluksen ϕ_1 gjennom sløyfe (1).
Og uansett hva *dette* integralet måtte bli, kan vi alltids skrive

$$\phi_1 = M_{12} I_2$$

der faktoren M_{12} uttrykker hvor mye magnetisk fluks vi får "gjennom" (dvs: gjennom arealet omsluttet av) sløyfe (1) når det går en strøm i sløyfe (2):

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2}$$

Både M_{21} og M_{12} er rett og slett geometriske faktorer som avhenger av form, størrelse og relativ plassering til de to strømsløyfene.
En kan vise at (se f.eks. Griffiths)

$$M_{21} = M_{12}$$

alltid gjelder. En kan dermed *velge* mellom to alternative framgangsmåter for å bestemme gjensidig induktans mellom to strømsløyfer: Enten beregne magnetisk fluks gjennom (1) pga strøm i (2), eller omvendt. Noen ganger er det ene mye enklere enn det andre!

Enhet for induktans: $[M] = [\phi_m/I] = [B \cdot A/I] = \mathrm{T{\cdot}m^2/A} \equiv \mathrm{H}$ (henry)

Gjensidig induksjon:
Tidsavhengig strøm $I_1(t)$ i sløyfe (1) gir tidsavhengig fluks $\phi_2(t)$ gjennom sløyfe (2), og dermed indusert ems i sløyfe (2):

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\phi_2}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

Tidsavhengig strøm $I_2(t)$ i sløyfe (2) gir tidsavhengig fluks $\phi_1(t)$ gjennom sløyfe (1), og dermed indusert ems i sløyfe (1):

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\phi_1}{dt} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Selvinduktans
[FGT 32.1; YF 30.2; TM 28.6; AF 27.8; LHL 25.1; DJG 7.2.3]

En strøm I i ei strømsløyfe resulterer i et magnetfelt $\boldsymbol{B}$ i området omkring. Dette feltet kan vi, i hvert fall i prinsipp, regne ut ved hjelp av Biot-Savarts lov:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Magnetfeltet fra sløyfa resulterer i en magnetisk fluks gjennom sløyfa selv:

$$\phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{A} = \int_S \left\{ \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\boldsymbol{l} \times \hat{r}}{r^2} \right\} \cdot d\boldsymbol{A}$$

Uansett hva dette gufne integralet måtte være, kan vi uttrykke det på formen

$$\phi = LI$$

forutsatt at I er konstant i sløyfa, dvs den samme alle steder i sløyfa. (Og det må den jo være hvis det ikke skal hope seg opp med ladning noe sted...!)
Faktoren L er *selvinduktansen* til sløyfa og uttrykker hvor mye magnetisk fluks vi får "gjennom" (dvs: gjennom arealet omsluttet av) sløyfa når det går en strøm i sløyfa:

$$L = \frac{\phi}{I}$$

Enhet for selvinduktans: $[L] = [\phi_m/I] = [B \cdot A/I] = \mathrm{T{\cdot}m^2/A} \equiv \mathrm{H}$ (henry)

Selvinduksjon:
Tidsavhengig strøm $I(t)$ i sløyfe gir tidsavhengig fluks $\phi(t)$ gjennom sløyfa, og dermed indusert ems i sløyfa:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Induktans som "element" i en elektrisk krets har følgelig denne sammenhengen mellom spenning ΔV og strøm I:

$$\Delta V = -L\, dI/dt$$