Institutt for fysikk, NTNU
TFY4155/FY1003: Elektrisitet og magnetisme
Vår 2008, uke 7

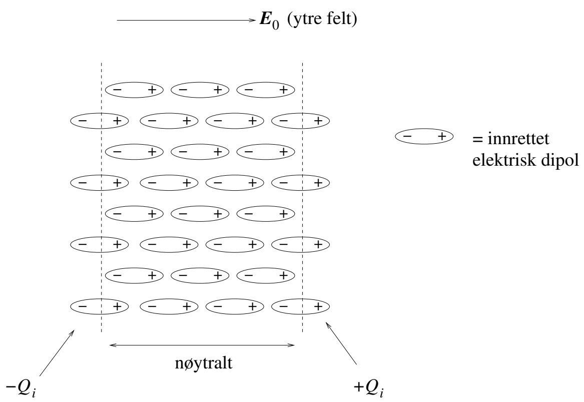
Tirsdag 12.02.08

Elektrisk polarisering. Dielektrika.
[FGT 25.5, 25.6; YF 24.4, 24.5; TM 24.5, 24.6; AF 25.6, 25.7; LHL 20.5; DJG 4.1]

Isolator: Ingen mobile (frie) ladninger (men *bundne* ladninger)
Dielektrikum bruker vi simpelthen som en alternativ betegnelse for en isolator.

Plasseres et dielektrikum i et ytre elektrisk felt $\boldsymbol{E}_0$, får vi innretting av (molekylære) elektriske dipoler langs $\boldsymbol{E}_0$, jfr øving 5, oppgave 4. (Eventuelt: Polarisering internt i atomer og upolare molekyler som i utgangspunktet har null elektrisk dipolmoment.)

Netto (makroskopisk) effekt av det ytre feltet:
Forskyvning av bundne ladninger



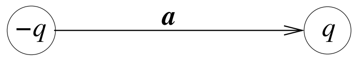
$\pm Q_i$ = indusert nettoladning på isolatorens overflater

Polarisering = dipolmoment pr volumenhet:

$$\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{p}}{V}$$

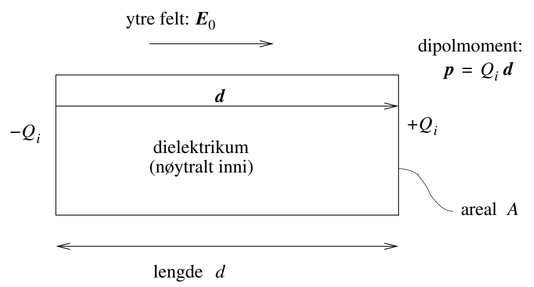
Elektrisk dipolmoment (for punktladninger $\pm q$ i innbyrdes avstand $\boldsymbol{a}$, repetisjon!):

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{a}$$



Kommentar: I noen materialer vil det være energetisk gunstig at de atomære (evt molekylære) elektriske dipolene peker i samme retning, selv *uten* påvirkning fra et ytre felt. Slike *ferroelektriske* krystaller vil typisk ha en *ordnet fase* med $P \neq 0$ så lenge temperaturen T ikke overstiger en såkalt *kritisk temperatur* T_c.

Dielektrikum i ytre felt $\boldsymbol{E}_0$:



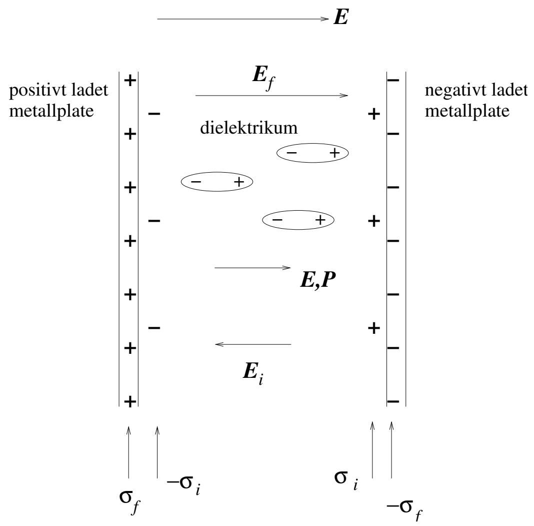
Volum: $V = Ad$
Tetthet av indusert overflateladning: $\sigma_i = Q_i/A$

Dermed:
Totalt dipolmoment: $p = |\boldsymbol{p}| = Q_i d = \sigma_i A d = \sigma_i V$
Polarisering: $P = |\boldsymbol{P}| = p/V = \sigma_i$

Generelt: $\boldsymbol{P} \cdot \hat{n} = P_\perp = \sigma_i$
($\hat{n}$ = flatenormal, $P_\perp$ = komponenten av $\boldsymbol{P}$ som står normalt på overflaten)

Elektrisk forskyvning.
[FGT 25.6; YF 24.6; TM 24.6; AF 25.8; LHL 20.5; DJG 4.3]

Bruker idealisert system som vi har sett på før:
Motsatt ladede metallplater (uendelig store), nå med dielektrikum i mellom:



Fri ladning pr flateenhet på metallplatene: σ_f
... som genererer elektrisk felt mellom platene: $E_f = \sigma_f/\varepsilon_0$ (null felt utenfor platene)
Indusert ladning pr flateenhet på overflaten av dielektrikum: σ_i
... som genererer elektrisk felt mellom platene: $E_i = \sigma_i/\varepsilon_0$
Totalt felt mellom platene: $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_f + \boldsymbol{E}_i \quad \Rightarrow \quad E = |\boldsymbol{E}| = E_f - E_i = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$
Netto ladning på overflatene: $\pm\sigma = \pm(\sigma_f - \sigma_i)$
... som genererer totalt felt mellom platene: $E = \sigma/\varepsilon_0 = (\sigma_f - \sigma_i)/\varepsilon_0$, OK!

Vi har: $\sigma_i = P =$ polariseringen i dielektrikumet (= dipolmoment pr volumenhet)

Dermed:

$$\sigma_f = \sigma + \sigma_i = \varepsilon_0 E + P$$

Vi ser altså at tettheten av *fri* ladning σ_f er knyttet til kombinasjonen $\varepsilon_0 E + P$. I endel tilfeller, f.eks. i endel eksperimenter, er det nettopp den frie ladningen vi har kontroll over. Med dielektrikum til stede er det derfor ofte *hensiktsmessig* å "referere til" vektorfeltet

$$\boldsymbol{D} \equiv \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$$

$\boldsymbol{D}$ kalles *elektrisk forskyvning.*

Her:

$$D = |\boldsymbol{D}| = \sigma_f$$

Generelt (som vi også fant for $\boldsymbol{P}$):

$$\sigma_f = \boldsymbol{D} \cdot \hat{n} = D_\perp$$

der $D_\perp$ er normalkomponenten av den elektriske forskyvningen.

Vi har en Gauss' lov for den elektriske forskyvningen $\boldsymbol{D}$. Denne kan vi benytte oss av i problemer der vi kjenner den frie ladningen, men ikke den induserte ladningen knyttet til polariseringen av dielektriske medier som er til stede.

Gauss' lov for $\boldsymbol{D}$:

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{A} = Q_f$$

der Q_f er netto *fri* ladning innenfor den lukkede flaten S. (Netto total ladning innenfor S er $Q_{\text{in}} = Q_f - Q_i$, med $-Q_i =$ netto *bundet* ladning, knyttet til polariseringen $\boldsymbol{P}$, innenfor S.)

Onsdag 13.02.08

Elektrisk susceptibilitet og permittivitet; lineær respons.
[FGT 25.5; YF 24.4; TM 24.5, 24.6; AF 25.9; LHL 20.5; DJG 4.4]

Lineær respons: $\boldsymbol{P}$ proporsjonal med $\boldsymbol{E}$, dvs vi kan skrive

$$\boldsymbol{P} = \chi_e \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$

der vi har innført χ_e = elektrisk susceptibilitet.
NB: En slik lineær sammenheng mellom $\boldsymbol{P}$ og $\boldsymbol{E}$ gjelder *ikke alltid*, men i dette kurset skal vi hele tiden anta at det gjelder. Merk også at $\boldsymbol{E}$ er det *totale* elektriske feltet, *ikke bare* det ytre feltet.

Dermed:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \\ &= (1+\chi_e)\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \\ &= \varepsilon \boldsymbol{E} \end{aligned}$$

Her har vi innført størrelsene
$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ = relativ permittivitet ("dielektrisitetskonstanten")
$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ = mediets permittivitet

Enheter:
$[\chi_e] = [\varepsilon_r] = 1$ (dimensjonsløs)
$[\varepsilon] = [\varepsilon_0] = \mathrm{C}^2/\mathrm{Nm}^2$

Punktladning q i dielektrikum med permittivitet ε:

Elektrisk felt: $\boldsymbol{E}(r) = (q/4\pi\varepsilon r^2)\hat{r}$
Elektrisk potensial: $V(r) = q/4\pi\varepsilon r$
Dvs: Som for punktladning i vakuum, men med $\varepsilon_0 \to \varepsilon > \varepsilon_0$; mediet polariseres og *skjermer* punktladningen slik at E og V reduseres med en faktor $1/\varepsilon_r$.

Kondensator og kapasitans.
[FGT 25.1, 25.5; YF 24.1, 24.4; TM 24.2, 24.5; AF 25.10; LHL 20.1; DJG 2.5.4]

Kondensator = to adskilte elektriske ledere med ladning $\pm Q$ (Eventuelt: En elektrisk leder med ladning Q, den andre tenkt flyttet uendelig langt bort.)

Coulombs lov $\Rightarrow$ elektrisk felt i området omkring lederne er proporsjonalt med Q

Dermed følger også at *potensialforskjellen* ΔV mellom de to lederne er proporsjonal med Q:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

C = kondensatorens *kapasitans*

Enhet for kapasitans: $[C] = [Q/\Delta V] = \mathrm{C/V} \equiv \mathrm{F}$ (farad)

Symbol i elektriske kretser: