Institutt for fysikk, NTNU
TFY4160/FY1002 Bølgefysikk
Høst 2006

Løsningsforslag til øving 11

Veiledning 9. november

Oppgave 1

Gitterkonstanten:

$$d = \frac{0.050}{2500}\,\mathrm{m} = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}$$

Hovedmaksima når

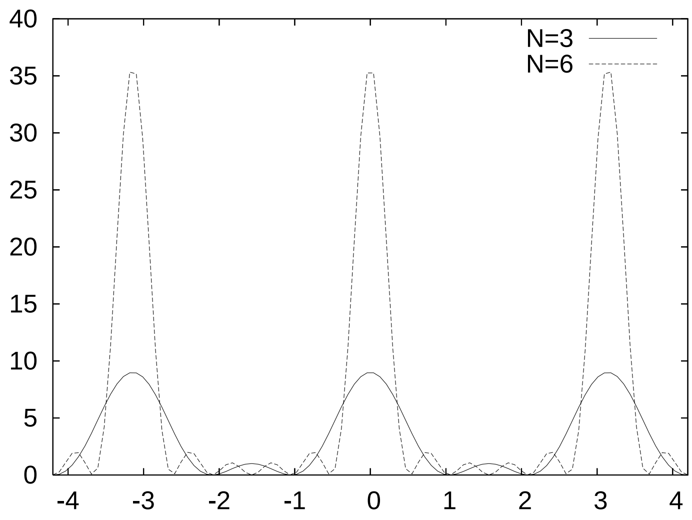
$$d\sin\theta_n = n\lambda$$

som gir

$$\lambda = d\sin\theta_1 = 2\cdot 10^{-5}\cdot\frac{6.2}{\sqrt{250^2+6.2^2}} = 496\,\mathrm{nm}$$

Oppgave 2

a)



b) Intensitetsfordelingen I har $N-1$ nullpunkter mellom to hovedmaksima. Det første nullpunktet har vi når argumentet til sinusfunksjonen i telleren er lik π:

$$\frac{N\phi}{2} = \pi \quad\Rightarrow\quad \phi = \frac{2\pi}{N}$$

Har selvsagt også nullpunkt for $\phi = -2\pi/N$. Halvverdibredden må bli omtrent lik halvparten av intervallet mellom disse to nullpunktene, dvs

$$\Delta\phi \simeq \frac{2\pi}{N}$$

c) Vi har

$$\Delta\phi = \frac{d\phi}{d\theta_n}\,\Delta\theta_n$$

der

$$\begin{aligned}\frac{d\phi}{d\theta_n} &= \frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta_n \\ &= \frac{2\pi d}{\lambda}\sqrt{1-\sin^2\theta_n} \\ &= \frac{2\pi d}{\lambda}\sqrt{1-(n\lambda/d)^2} \\ &= 2\pi\sqrt{(d/\lambda)^2 - n^2}\end{aligned}$$

Altså:

$$\Delta\theta_n = \frac{\Delta\phi}{2\pi\sqrt{(d/\lambda)^2-n^2}} = \frac{1}{N\sqrt{(d/\lambda)^2-n^2}}$$

d) Vi har

$$\sin\theta \simeq \frac{y}{L}$$

der y er avstanden på skjermen fra "senterlinjen" svarende til vinkelen θ, og L er avstanden fra diffraksjonsgitteret til skjermen, dvs 250 cm. På samme vis som i punkt c:

$$\Delta y = \frac{dy}{d\theta}\,\Delta\theta$$

der

$$\frac{dy}{d\theta} = L\cos\theta$$

Dermed:

$$\Delta y_0 = L\cos 0 \cdot \Delta\theta_0 = 250\,\text{cm}\cdot 1\cdot\frac{1}{2500\cdot\sqrt{40.3^2}} \simeq 25\,\mu\text{m}$$

Dette er halvverdibredden, slik at bredden på hele linjen blir ca 50 μm.

e) Bruker rett og slett kriteriet for hovedmaksimum:

$$\theta_n = \arcsin(n\lambda/d)$$

Innsetting gir

$$\begin{aligned}
\theta_0^R = \theta_0^B &= \arcsin 0 = 0 \\
\theta_1^R &= \arcsin \frac{726 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 2.08^\circ \\
\theta_1^B &= \arcsin \frac{496 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 1.42^\circ \\
\theta_2^R &= \arcsin \frac{1452 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 4.16^\circ \\
\theta_2^B &= \arcsin \frac{992 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-5}} = 2.84^\circ
\end{aligned}$$

Posisjonene på skjermen får vi deretter fra $y = L \tan\theta$. (Her spiller det liten rolle om vi bruker $\tan\theta$, $\sin\theta$ eller rett og slett θ, sistnevnte tilfelle i radianer.) Utregning gir

$$\begin{aligned}
y_0^R = y_0^B &= 0 \\
y_1^B &= 6.2 \\
y_1^R &= 9.1 \\
y_2^B &= 12.4 \\
y_2^R &= 18.2
\end{aligned}$$

alt i enheten cm.

Oppgave 3

En frekvens 92.3 MHz tilsvarer bølgelengden

$$\lambda = c/\nu = 3.25\,\mathrm{m}$$

Vi har med andre ord $d = \lambda$. Kriteriet for konstruktiv interferens mellom radiobølgene fra de to dipolantennene blir dermed

$$\sin\theta = m$$

som bare kan være oppfylt for $m = 0$, i retning Sverresborg, og for $m = 1$, i retning Ladehammeren. Fra figuren ser vi at retning mot Ila tilsvarer en vinkel $\theta \simeq 30^\circ$. Kriteriet for destruktiv interferens er nettopp

$$\sin\theta = m + 1/2 = 1/2$$

dvs $\theta = 30^\circ$. Du bør derfor ikke bosette deg i Ila.

Mulige tiltak for å gi intensitet i alle tre retninger:

- Dobbelt så stor avstand mellom antennene, dvs $d = 2\lambda$. Får da konstruktiv interferens nettopp i de tre aktuelle retningene.
- Mange antenner.
- ...