

Øving 1

Oppgave 1

En kloss med masse m er festet til en horisontalt liggende (masseløs) fjær med kraftkonstant k . Fjæren er festet til en fast vegg i sin venstre ende. Klossen kan gli friksjonsfritt på et horisontalt underlag. Bevegelsen blir startet (ved $t = 0$) med å flytte klossen fra likevektsposisjonen $x = 0$ mot høyre til forskyvningen x_0 og gi den en hastighet v_0 mot høyre. Klossen utfører så en harmonisk svingning gitt ved $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ der $\omega = 2\pi/T$ er vinkelfrekvensen, T er svingningens periode, og ϕ er en fasekonstant.

- a) Bestem vinkelfrekvensen ω , amplituden A , samt fasekonstanten ϕ .
- b) Finn systemets totale energi E .
- c) Vi kunne alternativt ha skrevet løsningen på formen $x(t) = B \cos \omega t + C \sin \omega t$. Hva blir da de to koeffisientene B og C ?
- d) Bestem tallverdier for svingebevegelsens maksimale utsving og maksimale hastighet dersom $m = 250$ g, $k = 100$ N/m, $x_0 = 1.0$ cm og $v_0 = 20$ cm/s.

Oppgave 2

En pendel består av ei kule med masse m opphengt, i tyngdefeltet, i ei masseløs snor med lengde l . Snora er festet i taket. Når vi trekker kula litt ut til siden og slipper den, vil den svinge fram og tilbake omkring likevektsstillingen, som selvsagt er når snora henger vertikalt. Tyngdens akselerasjon er g , og vi ser bort fra luftmotstand og eventuell friksjon i opphengningspunktet i taket.

- a) Kulas posisjon kan i sin svingebevegelse angis ved vinkelen θ mellom snora og vertikalretningen, slik at $\theta = 0$ tilsvarer likevekt. Bruk Newtons andre lov til å vise at bevegelsen er bestemt ved ligningen

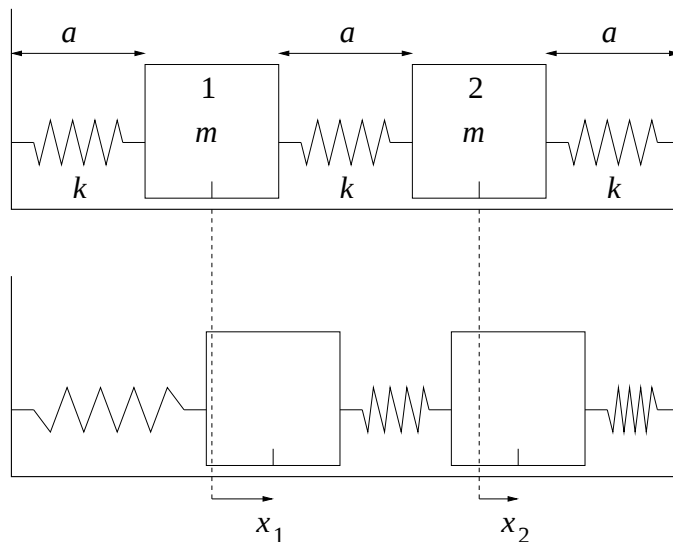
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

- b) Vi antar at kula svinger med liten amplitude, slik at vinkelen θ hele tiden er svært liten. Hva blir da svingebevegelsens periode T ?

Oppgitt: $\sin \theta \simeq \theta$ når $\theta \ll 1$.

Oppgave 3

To like klosser, hver med masse m , er festet til masseløse fjærer, alle tre med samme fjærkonstant k .



I den øverste figuren er hele systemet i likevekt: Begge masser er i ro, alle fjærer har lengde a , og de er verken strukket eller sammenpresset. Nederst er det vist en generell tilstand, der x_1 og x_2 angir "utsvingene" til henholdsvis masse 1 og 2.

a) Skriv ned bevegelsesligningene for de to klossene.

b) Anta at de to klossene utfører harmoniske svingninger med samme vinkelfrekvens ω og samme fasekonstant ϕ . Med andre ord, anta at

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A \cos(\omega t + \phi) \\ x_2(t) &= B \cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Sett disse antagelsene inn i bevegelsesligningene og vis at de to mulige vinkelfrekvensene som klossene kan svinge med er $\omega_a = \sqrt{k/m}$ og $\omega_s = \sqrt{3k/m}$.

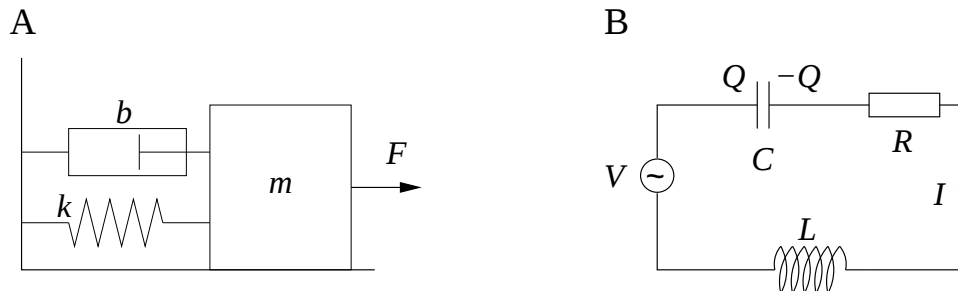
c) Bestem, for hver av vinkelfrekvensene ω_a og ω_s , sammenhengen mellom koeffisientene A og B . Tegn øyeblikksbilder av systemet når det svinger i hver av disse såkalte "normale modene" a (for antisymmetrisk) og s (for symmetrisk). Prøv om du kan se direkte fra disse bildene hva de tilhørende ω må være og sammenlign med det du fant i punkt b).

Fasitsvar:

Oppgave 1:

d) $\sqrt{2} \text{ cm} \simeq 1.4 \text{ cm}$, $\sqrt{2}v_0 \simeq 28 \text{ cm/s}$.

Øving 2



a) I forelesningene har vi sett at det mekaniske svingesystemet i figur A ovenfor, med $F(t) = F_0 \cos \omega t$, oppfyller bevegelsesligningen

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t,$$

der x representerer massens utsving i forhold til likevektsposisjonen $x = 0$.

Vis, ved hjelp av Kirchhoffs spenningsregel, at den elektriske svingekretsen i figur B, med $V(t) = V_0 \cos \omega t$, oppfyller en tilsvarende differensialligning,

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \cos \omega t,$$

der Q representerer ladningen på kondensatoren.

Ved direkte sammenligning ser en at selvinduktansen L i det elektriske svingesystemet er *analog* til massen m i det mekaniske svingesystemet. (Ikke urimelig: m representerer treghet i det mekaniske systemet, dvs en motstand mot endringer i hastigheten; L representerer treghet i det elektriske systemet, dvs en motstand mot endringer i strømstyrken.)

Hva er den elektriske svingekretsens analogier til størrelsene b , k , F_0 , x og $\dot{x}$ i det mekaniske systemet?

b) Vi betrakter nå fri ($F = 0$), (under-)dempede ($b/2m \equiv \delta < \omega_0 \equiv \sqrt{k/m}$) svingninger i det mekaniske systemet i figur A. Dersom vi ønsker at relativt energitap pr periode, $\Delta E/E$, ikke skal overstige en bestemt verdi α , må dempingen ikke være større enn

$$b_{\max} = \frac{\sqrt{4km}}{\sqrt{1 + [4\pi/\ln(1 - \alpha)]^2}}$$

Vis dette. Vis deretter at vi tilnærmet kan skrive

$$b_{\max} = \alpha \frac{\sqrt{km}}{2\pi}$$

dersom $\alpha \ll 1$.

c) La oss deretter betrakte den elektriske svingekretsen med spenningskilden $V(t) = V_0 \cos \omega t$. Siden systemet er helt analogt det mekaniske, må ladningen på kondensatoren bli

$$Q(t) = Q_0 \sin(\omega t + \phi_0),$$

i det vi antar at spenningskilden har stått på så lenge at en eventuell homogen løsning $Q_h(t)$ av den tilsvarende homogene ligningen kan neglisjeres.

Amplituden til ladningen på kondensatoren er nå gitt ved

$$Q_0 = \frac{V_0}{\omega G(\omega)},$$

mens fasekonstanten er gitt ved

$$\cos \phi_0 = \frac{R}{G(\omega)}.$$

Her er

$$G(\omega) = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

Sett inn den oppgitte løsningen $Q(t)$ i differensialligningen og vis at Q_0 og ϕ_0 blir som angitt. Bestem den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_1$ til spenningskilden som gir størst mulig ladningsamplitude Q_0 . Bestem også den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_2$ som gir størst mulig strøamplitude. Bestem tallsvar for ω_1 og ω_2 når kretsen har følgende komponenter: $R = 100 \Omega$, $L = 0.1 \text{ mH}$, $C = 10 \text{ nF}$. Finn til slutt (tall-)verdien til de tilhørende fasekonstantene ϕ_{01} og ϕ_{02} .

Oppgitt: Spenningsfall over motstand: RI ; over kondensator: Q/C ; over induktans: $L\dot{I}$.

Fasitsvar:

c: $\omega_1 = 0.7 \text{ MHz}$, $\omega_2 = 1.0 \text{ MHz}$, $\phi_{01} = 35^\circ$, $\phi_{02} = 0$.

Øving 3

Oppgave 1

En bølge forplanter seg langs en streng utstrakt horisontalt (i x -retning). Strengen har kun vertikale utsving (i y -retning). Vi antar at strengen er uendelig lang og at utsvinget til strengen (overalt og til alle tider) er beskrevet ved:

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

der $A = 1.0$ cm, $k = 2\pi/10$ cm⁻¹ og $\omega = 200\pi$ s⁻¹.

a) Tegn opp (dvs. skisser for hånd), gjerne i samme figur, utsvinget y som funksjon av x i for $0 \leq x \leq 25$ cm for $t = 0$, $t = 2.5$ og $t = 5.0$ ms. I hvilken retning forplanter bølgen seg? For hvilke tider t vil utslaget y (for alle verdier av x) være det samme som for $t = 0$?

b) Finn perioden T for denne bølgen (dvs. tiden mellom for eksempel to påfølgende maksimal-utsving i positiv y -retning for en gitt x -verdi).

c) Finn bølgelengden λ for denne bølgen (dvs. for eksempel avstanden mellom to nærmeste bølgetopper).

d) Finn hastigheten v_f som bølgetoppen forplanter seg med i x -retning. (Denne hastigheten kalles fasehastigheten til bølgen). Finn også den maksimale hastigheten $v_p^{\max}$ til et strengelement. (Hastigheten v_p kalles ofte partikkelhastighet.)

e) Finn den maksimale akselerasjon $a^{\max}$ et strengelement kan ha.

f) Dersom

$$y = A \cos(kx - \omega t + \phi)$$

skal beskrive eksakt den samme bølgen som

$$y = A \sin(kx - \omega t),$$

hvilken verdi må ϕ ha? (Bølgeforplantning med bølger som kan beskrives ved en sinusfunksjon eller en cosinusfunksjon som ovenfor, kalles harmoniske bølger. Ethvert strengelement svinger harmonisk.)

Oppgave 2

a) Vis at summen $y_3 = y_1 + y_2$ av to harmoniske bølger med samme amplitude, frekvens og bølgelengde beskrevet ved

$$y_1 = A \cos(kx - \omega t + \phi_1)$$

og

$$y_2 = A \cos(kx - \omega t + \phi_2)$$

også er en harmonisk bølge beskrevet ved

$$y_3 = A_3 \cos(kx - \omega t + \phi_3).$$

Finn A_3 og ϕ_3 uttrykt ved A , ϕ_1 og ϕ_2 .

(Hint: $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$)

b) Vi lar nå faseforskjellen mellom de to bølgene y_1 og y_2 , dvs $\Delta\phi \equiv \phi_1 - \phi_2$, variere. Finn hvilke verdier av $\Delta\phi$ som gir henholdsvis maksimalverdi og minimalverdi for $|A_3|$. Bestem $|A_3|^{\max}$ og $|A_3|^{\min}$.

Oppgave 3

Følgende bølgeligning gjelder for flere typer bølger som forplanter seg i en dimensjon:

$$\frac{\partial^2 D(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D(x, t)}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Vi antar at vi ikke har dispersjon og at v derfor er en konstant for et gitt medium. Vi antar også at vi ikke har demping.

a) Vis at dersom $D_1(x, t)$ og $D_2(x, t)$ begge er løsninger av (1), så er også $D(x, t) = D_1(x, t) + D_2(x, t)$ en løsning av (1).

Merk at dette medfører at en vilkårlig sum av løsninger av (1) også er løsning av (1).

Merk også at fysisk betyr dette at to eller flere bølger kan passere samme sted i et medium til samme tid uten å forstyrre hverandre, men på de steder der mer enn en bølge er ulik null til samme tid, adderes utslagene algebraisk (dvs: med fortegn).

b) Vis at

$$D(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt) \quad (2)$$

er løsning av (1). Her er f og g vilkårlige kontinuerlige og to ganger deriverbare funksjoner.

Merk at $f(x - vt)$ representerer en vilkårlig bølge som forplanter seg i positiv x -retning og at $g(x + vt)$ representerer en vilkårlig bølge som forplanter seg i negativ x -retning. $D(x, t)$ gitt ved (2) representerer derfor en vilkårlig bølgebevegelse for medier uten dispersjon og demping.

(Hint: Bruk kjerneregelen på partiell derivasjon. På grunn av det vi har vist i pkt. a, er det nok å se på en av f og g om gangen.)

Øving 4

Oppgave 1

Den venstre enden av en (lang) streng strukket i x -retning tvinges til å vibrere normalt på strengens utstrekning (dvs såkalt transversalt) med et utsving gitt ved

$$y = A \cos \omega t$$

der $A = 0.10$ m og $\omega = 2\pi\nu$ med $\nu = 1.0$ s⁻¹. Strekket i strengen er $S = 8.5$ N, og masse pr lengdeenhet er $\mu = 28$ g/m. Vi antar at svingningen gitt ovenfor resulterer i at en rent harmonisk transversal bølge forplanter seg i positiv x -retning på strengen. (Vi antar at strengen er så lang at vi ikke får noen reflektert bølge mens vi gjør eksperimentet.)

a) Finn bølgehastigheten v på strengen. Hva blir bølgehastigheten dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort (dvs med $\nu = 3.0$ Hz)?

b) Finn bølgelengden til bølgen som forplanter seg langs strengen. Hva blir bølgelengden dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort?

c) Finn utsvinget som funksjon av tiden til et punkt på strengen 1.0 m fra svingekilden og til et punkt 5.0 m fra svingekilden (når $\nu = 1.0$ Hz). Hvor stor er faseforskjellen mellom utsvinget i disse to posisjonene?

Oppgave 2

a) Verifiser at en transversal bølge som forplanter seg langs x -aksen med utsving $\mathbf{D}$ med komponentene D_z og D_y gitt ved

$$D_z = D_0 \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

og

$$D_y = D_0 \sin(kx - \omega t) \quad (2)$$

er sirkulærpolarisert.

b) Bestem om dreieretningen til $\mathbf{D}$ er med eller mot klokka sett fra en observatør som ser *mot* bølgens forplantningsretning. (Dersom $\mathbf{D}$ dreier med klokka, sies bølgen å være høyre-sirkulærpolarisert. Dersom $\mathbf{D}$ dreier mot klokka, sies bølgen å være venstre-sirkulærpolarisert.)

c) Skriv opp ligninger tilsvarende ligning (1) og (2) for en bølge som har motsatt sirkulær polarisasjon av bølgen gitt ved lign. (1) og (2).

d) Skisser, i (y, z) -planet, kurvene som (spissen av) $\mathbf{D}$ følger dersom

$$\mathbf{D} = D_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y} + D_0 \sin(kx - \omega t + \pi) \hat{z}$$

og

$$\mathbf{D} = D_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y} + 2D_0 \cos(kx - \omega t) \hat{z}$$

Oppgave 3

En gaussformet bølgepuls

$$\xi(x, t) = \xi_0 \exp \left[-\frac{(x - vt)^2}{a^2} \right]$$

vandrer med hastighet v langs ei fjær med massetetthet μ [kg/m] og elastisk modul K [N]. Størrelsen $\xi(x, t)$ representerer det longitudinale utsvinget (i forhold til likevekt) ved tidspunkt t for den biten av fjæra som har likevektsposisjon x .

a) Hvordan kan vi være sikre på at $\xi(x, t)$ virkelig *er* en mulig bølgepuls langs ei slik fjær? I hvilken retning propagerer bølgen?

b) Hvordan avhenger bølgehastigheten v av fjæras elastiske egenskaper (dvs K) og tregghets-egenskaper (dvs μ)? Kontroller at uttrykket for v har riktig dimensjon.

c) Finn et uttrykk for (den totale) energien E assosiert med bølgepulsen. Kontroller at uttrykket for E har riktig dimensjon.

Tips: Ta utgangspunkt i at bølgens energi pr lengdeenhet er

$$\varepsilon(x, t) = \mu v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2$$

som utledet i forelesningene. Dermed er $\varepsilon(x, t) dx$ bølgens energiinnhold mellom x og $x + dx$. Det oppgis her følgende integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Noen svar:

1a (første del): ca 17 m/s 1b (første del): ca 17 m 1c: $\Delta\phi \simeq 83$ grader

3c: $E = \sqrt{\pi} \mu v^2 \xi_0^2 / \sqrt{2} a$

Øving 5

Oppgave 1

Som nevnt i forelesningene, er det mulig å finne en eksakt løsning for longitudinale bølger på masse-fjær-transmisjonslinjen, uten å anta at bølgelengden λ er mye større enn avstanden d mellom to nabomasser. Ved å betrakte kreftene som virker på massen m med likevektsposisjon x , endte vi opp med følgende bevegelsesligning:

$$m \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = s [\xi(x+d) + \xi(x-d) - 2\xi(x)]$$

Her er $\xi(x \pm d)$ utsvinget til massen med likevektsposisjon $x \pm d$, mens s er fjærkonstanten (bruker her s siden vi trenger k for å angi bølgetallet).

La oss starte med å anta at en harmonisk bølge på formen

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

er løsning av bevegelsesligningen over.

a) Bestem $\xi(x+d) - \xi(x)$ og $\xi(x-d) - \xi(x)$ ved å benytte relasjonen

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

b) Vis deretter at bevegelsesligningen ovenfor resulterer i følgende sammenheng mellom vinkel-frekvensen ω og bølgetallet k :

$$\omega^2 = \frac{4s}{m} \sin^2 \left(\frac{kd}{2} \right)$$

c) I forelesningene viste vi at for lange bølgelengder ($\lambda \gg d$, eventuelt $kd \ll 1$) blir bølgehastigheten konstant (dvs uavhengig av bølgelengden) og lik

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{sd^2}{m}}$$

Vis at den eksakte sammenhengen mellom ω og k (den såkalte *dispersjonsrelasjonen*) fra punkt b gir samme resultat for v i grensen $kd \ll 1$.

d) Et slik enkelt masse-fjær-system som vi har sett på her, er en ganske brukbar modell for forplantning av longitudinale bølger i krystallinske materialer. Du vil lære mer om dette i emner som Faste stoffers fysikk senere i studiet.

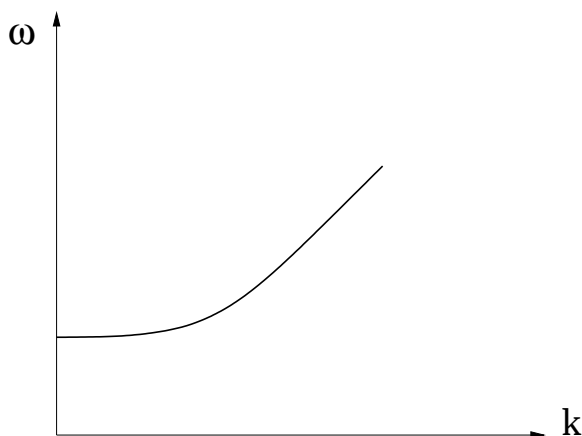
Bruk resultatene ovenfor til å vise at longitudinale bølger tilsvarende hørbar lyd vil forplante seg med konstant (dvs frekvensuavhengig) hastighet v gjennom et metall.

Tips: Anslå bølgelengden for hørbar lyd og sammenlign med en typisk avstand mellom naboatomer i en metallkrystall.

Oppgave 2

a) Figuren viser sammenhengen mellom vinkelfrekvensen ω og bølgetallet k for en bestemt type bølger. Hvilket utsagn er da korrekt?

- A Fasehastigheten er her den samme uansett bølgelengde.
- B Fasehastigheten er her størst for korte bølgelengder.
- C Fasehastigheten er her størst for lange bølgelengder.
- D Fasehastigheten øker alltid med økende frekvens.



b) Transversale bølger på en streng med strekk-kraft S forplanter seg med bølgehastighet v . En *liten* endring ΔS i strekk-kraften fører da til en endring i bølgehastigheten lik

- A $\Delta v = -v \Delta S / 2S$
- B $\Delta v = v \Delta S / 2S$
- C $\Delta v = v \Delta S / S$
- D $\Delta v = -v \Delta S / S$

c) Transversale bølger på en streng med massetetthet μ forplanter seg med bølgehastighet v . En *liten* endring $\Delta \mu$ i massetettheten fører da til en endring i bølgehastigheten lik

- A $\Delta v = -v \Delta \mu / 2\mu$
- B $\Delta v = v \Delta \mu / 2\mu$
- C $\Delta v = v \Delta \mu / \mu$
- D $\Delta v = -v \Delta \mu / \mu$

Oppgave 3

Under en stille samtale på lesesalen, med en meters avstand mellom de to som deltar i samtalen, har lydbølgene en intensitet 10^{-9} W/m^2 . Vi antar for enkelhets skyld at vi kan betrakte lydbølgene som plane harmoniske bølger, slik at forskyvningen (utsvinget) til luftmolekylene er gitt ved

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$$

La oss her kun se på bølger med en bestemt frekvens, f.eks. $\nu = 1.0 \text{ kHz}$. Lufta har massetetthet $\rho = 1.3 \text{ kg/m}^3$, og bølgehastigheten er $v = 330 \text{ m/s}$.

a) Hva er lydbølgens bølgelengde? Hvor mange dB (desibel) tilsvarer den oppgitte intensiteten? Hvor stor effekt mottar ørets trommehinne fra en slik lydbølge? Anta at trommehinnens areal er en halv kvadratcentimeter.

b) Bestem lydbølgens utsvingsamplitude ξ_0 og amplituden $(\Delta p)_0$ til den tilhørende trykk(-variasjons-)bølgen $\Delta p(x, t) = (\Delta p)_0 \cos(kx - \omega t)$. Hva blir relativ trykkvariasjon $(\Delta p)_0/p$, der p er likevektstrykket (1 atm)?

c) Bestem også relativ temperaturvariasjon $(\Delta T)_0/T$ i en slik lydbølge. Her er T likevektstemperaturen, f.eks. 295 K, og $(\Delta T)_0$ er amplituden til "temperaturbølgen" $\Delta T(x, t) = (\Delta T)_0 \cos(kx - \omega t)$. Anta at lufta er en ideell gass med to-atomige molekyler og at vi har adiabatisk forhold.

Oppgitt:

Ideell gass: $pV = Nk_B T$ Ved adiabatisk forhold: $pV^\gamma = \text{konstant}$. Gass med en-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med to-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

Adiabatkonstanten γ er forholdet mellom varmekapasiteten (evt spesifikk varme) målt ved konstant trykk og varmekapasiteten målt ved konstant volum, dvs $\gamma \equiv C_p/C_V$.

Noen svar:

3a: 33 cm, 30 dB, 0.05 pW 3b: 0.34 nm, 0.9 mPa, $9 \cdot 10^{-9}$ 3c: $3 \cdot 10^{-9}$

Øving 6

Oppgave 1

a) To lydbølger har intensiteter som adskiller seg med 5 dB. Hva er da forholdet mellom intensitetene til de to bølgene?

- A 5.00
- B 3.16
- C 1.78
- D 1.05

b) To lydbølger har intensiteter som adskiller seg med 5 dB. Hva er da forholdet mellom trykk(-variasjons-)amplitudene til de to bølgene?

- A 5.00
- B 3.16
- C 1.78
- D 1.05

c) En høyttaler genererer halvkuleformede lydbølger med en (midlere) effekt på 0.2 W uniformt fordelt over alle (halvkulens) retninger. Hva er intensitetsnivået i en avstand 4 m foran høyttaleren?

- A 62 dB
- B 73 dB
- C 82 dB
- D 93 dB

Oppgave 2

a) Bestem lyd hastigheten i argon ved temperatur 30°C. Argon er en gass med en-atomige molekyler med atommasse 40. Anta ideell gass og adiabatisk forhold (dvs ingen varmeutveksling). Massen til ett nukleon (proton eller nøytron) er $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.

b) Den eksperimentelle verdien er 324.37 m/s, se f.eks. Smith og Harlow, Brit. J. Appl. Phys. 14 (1963), side 102-106, der målingene ble utført ved et trykk på 1 atm, dvs 10^5 Pa (1 Pa (pascal) $\equiv 1\text{N/m}^2$), og temperatur 30°C. Hvilken lyd hastighet ville Smith og Harlow ha målt ved et trykk på 2 atm og temperatur 30°C?

Hvilken lydhastighet ville Smith og Harlow ha målt dersom argongassen, med i utgangspunktet temperatur 30°C og trykk 1 atm , ble presset sammen adiabatisk (dvs uten varmeutveksling med omgivelsene) til et trykk på 2 atm ? (Tips: Både p og ρ (og T) endres.)

Oppgitt:

Ideell gass: $pV = Nk_B T$ Ved adiabatisk forhold: $pV^\gamma = \text{konstant}$. Gass med en-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med to-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

Adiabatkonstanten γ er forholdet mellom varmekapasiteten (evt spesifikk varme) målt ved konstant trykk og varmekapasiteten målt ved konstant volum, dvs $\gamma \equiv C_p/C_V$.

Noen svar:

3a: 323 m/s 3b: 324.37 m/s , 372.60 m/s

Oppgave 3

En streng med masse M og lengde L er festet i den ene enden og roterer i horisontalplanet med en omløpsperiode T . Se bort fra luftmotstand og påvirkning av tyngdekraften, slik at strengen hele tiden peker rett ut fra festepunktet.

En bølgepuls genereres innerst på strengen og propagerer utover strengen. Hvor lang tid bruker bølgepulsen på å vandre hele strengens lengde L ?

Oppgave 4

Anta at vi har en plan lydbølge som forplanter seg i positiv z -retning i en gass med toatomige molekyler med masse M og temperatur T .

a) Vis at lydhastigheten v_s og midlere molekylhastighet i z -retningen, v_z , da er omtrent like store. Det oppgis at midlere kinetiske energi til molekylene i gassen er lik $(3/2)k_B T$, der k_B er Boltzmanns konstant.

b) Vi har slått fast at vi har såkalte adiabatisk forhold når lyd forplanter seg i en gass, dvs at gassen ikke har tid til å utjevne temperaturen (evt: utveksle varme) mellom områder med høyt og lavt trykk i løpet av en halv periode. En halv periode er den tiden det tar for områder med høyt og lavt trykk å "bytte plass", og disse områdene er adskilt med en halv bølgelengde. Hvis vi antar at utveksling av varme foregår ved at molekyler med høy midlere kinetisk energi kolliderer med molekyler med lav midlere kinetisk energi, hvordan kan vi da være sikre på at antagelsen om adiabatisk forhold er en god antagelse? [Tips: Hvor stor er den minste bølgelengden for hørbar lyd? Hvor langt reiser molekylene i gjennomsnitt i z -retningen i løpet av en halv periode?]

Øving 7

Oppgave 1

En harmonisk transversal bølge med amplitude 5 mm kommer inn fra venstre på en streng med massetetthet 10 g/m. Bølgen blir delvis reflektert og delvis transmittert der strengen er skjøtt sammen med en annen streng med massetetthet 90 g/m.

- a) Hvor store blir amplitudene til reflektert og transmittert bølge?
- b) Hva er midlere effekt transportert med den innkommende bølgen når strengen er strukket med en kraft på 4 N og vinkelfrekvensen er $10\pi \text{ s}^{-1}$? Hvor mye av denne energien blir reflektert og hvor mye blir transmittert?
- c) Anta nå at strengen er spent opp langs x -aksen, med skjøten mellom den "lette" delen og den "tunge" delen av strengen i $x = 0$. Vis at utsvinget på den lette delen ($x < 0$), $y(x, t) = y_i(x, t) + y_r(x, t)$, kan uttrykkes som en sum av to stående bølger. Her er $y_i(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ innkommende bølge (med $A = 5 \text{ mm}$) og $y_r(x, t) = B \sin(kx + \omega t)$ reflektert bølge.
- d) En stående bølge, f.eks. $f(x, t) = \sin kx \cos \omega t$, transporterer ingen netto energi. Kan vi således, i lys av punkt c, konkludere med at bølgen $y(x, t)$ på den lette delen av strengen ikke transporterer noen netto energi? Skisser $y(x, t)$ mellom $x = -2\lambda$ og $x = 0$ for $t = 0$, $t = T/4$, $t = T/2$ og $t = 3T/4$ (der λ er bølgelengden og T er perioden). Er y en stående eller en vandreende bølge?
- e) Med skjøten i $x = 0$ måtte vi velge *like* fasekonstanter, f.eks. $\phi_i = \phi_r = 0$ i "delbølgene"

$$y_i(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_i)$$

og

$$y_r(x, t) = B \sin(kx + \omega t + \phi_r)$$

Hvordan vil du velge ϕ_i og ϕ_r med skjøten i $x = a$?

$$\text{Oppgitt: } \sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b \qquad v = \sqrt{S/\mu} \qquad \overline{P} = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 y_0^2$$

Oppgave 2

a) Harpestreng nr 16 har en lengde 370 mm og masse 0.2 g. Med strengen festet i begge ender er grunntonen en A med frekvens 440 Hz. Hva er da strammingen i strengen?

- A 41.4 N
- B 57.3 N
- C 63.9 N
- D 72.1 N

b) Hva er laveste resonansfrekvens i et (tynt) luftfylt rør som er 50 cm langt og åpent i begge ender? Lydhastigheten er 340 m/s.

- A 340 Hz
- B 410 Hz
- C 540 Hz
- D 680 Hz

c) Røret i oppgave b har også en resonansfrekvens lik 1360 Hz. Hvor mange knutepunkter har den tilhørende stående longitudinale utsvingsbølgen ξ (inne i røret)?

- A 2
- B 3
- C 4
- D 5

d) Bølgene på en vibrerende gitarstreng er opphavet til lydbølger i lufta omkring. Bølgene på gitarstrengen og lydbølgene har samme

- A bølgelengde
- B hastighet
- C amplitude
- D frekvens

Noen svar:

1a: begge er 2.5 mm

1b: 2.5 mJ/s; 25%; 75%

Øving 8

Oppgave 1

I virkeligheten er transversale bølger på en streng ikke fullstendig dispersjonsfrie. Anta at vi har en uniform metallstreng med sirkulært tverrsnitt A , massetetthet ρ og elastisk modul (Youngs modul) Y . Dispersjonsrelasjonen er da bestemt ved

$$\omega^2 = \frac{S}{\mu} k^2 + \frac{Y A^2}{4\pi\mu} k^4$$

der S er strekket i strengen og $\mu = \rho A$ er strengens masse pr lengdeenhet.

a) Vis at avviket fra lineær dispersjon kan neglisjeres dersom bølgelengden oppfyller

$$\lambda \gg A \sqrt{\frac{\pi Y}{S}}$$

Hva innebærer dette for en pianostreng av stål med diameter 1.4 mm som er strukket med en kraft 941.5 N? Youngs modul for stål er $1.95 \cdot 10^{11}$ N/m², og massetettheten er $\rho = 7800$ kg/m³.

b) Finn uttrykk for frekvensavhengigheten til de transversale bølgenes fasehastighet og gruppehastighet, dvs $v(\nu)$ og $v_g(\nu)$. Hva blir v og v_g i grensen $\nu \rightarrow 0$? Hva blir v og v_g for riktig høye frekvenser? Sett inn tallverdier for pianostrengen i a) og skisser $v(\nu)$ og $v_g(\nu)$ for frekvenser mellom 0 og 4 kHz.

Oppgave 2

Overflatebølger på dypt vann (dvs i grenseflaten mellom vann og luft) kan med god tilnærming beskrives av dispersjonsrelasjonen

$$\omega = \sqrt{gk + \gamma k^3 / \rho}$$

Her er $g = 9.8$ m/s² tyngdens akselerasjon, $\rho = 1000$ kg/m³ vannets massetetthet og $\gamma = 73$ mN/m vannets overflatespenning.

Finn uttrykk for bølgelengdeavhengigheten til overflatebølgenes fasehastighet og gruppehastighet, dvs $v(\lambda)$ og $v_g(\lambda)$. Hva blir $v(\lambda)$ og $v_g(\lambda)$ for bølgelengder som er henholdsvis små og store

i forhold til $2\pi\sqrt{\gamma/\rho g}$? Sett inn tallverdier for grenseflaten mellom luft og vann og skisser $v(\lambda)$ og $v_g(\lambda)$ for bølgelengder mellom 1 mm og 1 m. (Bruk logaritmisk skala for λ .)

Hva blir gruppehastigheten i grensen $\lambda \rightarrow 0$ (evt $k \rightarrow \infty$)? Vurder om dette representerer noen "fare" for den oppgitte dispersjonsrelasjonen. (Tips: Bestem hvilken bølgelengde som tilsvarer at gruppehastigheten nærmer seg lyshastigheten i vakuum, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.) Gjør tilsvarende vurdering i grensen $\lambda \rightarrow \infty$ (dvs $k \rightarrow 0$).

Oppgave 3

Når overflatebølgenes oppførsel bestemmes av tyngdekrefter alene, har vi såkalte *tyngdebølger*. (Vi må selvsagt fremdeles ha en viss overflatespenning for i det hele tatt å ha en veldefinert grenseflate, men kreftene som skyldes overflatespenningen kan nå neglisjeres i forhold til tyngdekreftene.) Da er dispersjonsrelasjonen gitt ved

$$\omega^2 = gk \tanh kd$$

både for dypt og grunt vann. Her er d vannets dybde.

a) Finn uttrykk for tyngdebølgenes fasehastighet $v(k)$ og gruppehastighet $v_g(k)$. Skisser v og v_g som funksjoner av den dimensjonsløse størrelsen kd . Når vil du si at du er på grunt vann, dvs: For hvilke bølgelengder er $v_g \simeq v$ en bra tilnærming?

b) Er den gitte dispersjonsrelasjonen for tyngdebølger konsistent med dypvannstilnærmelsen i oppgave 2?

Øving 9

Oppgave 1

Regn ut:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{a} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \\ \nabla \times \mathbf{a} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\end{aligned}$$

Her er $\mathbf{a}$ en vektor (som ikke avhenger av $\mathbf{r}$).

Oppgave 2

Finn uttrykk for det elektriske feltet $\mathbf{E}$ og magnetfeltet $\mathbf{B}$ for en plan elektromagnetisk bølge med amplitude E_0 (for det elektriske feltet), vinkelfrekvens ω , fasekonstant null, og som

- a) forplanter seg i negativ z -retning og er polarisert i y -retning.
- b) forplanter seg i retning gitt ved vektoren fra origo til punktet $(1, 1, 1)$ og har polarisering parallelt med xy -planet.

For begge tilfeller, angi de kartesiske komponentene til både bølgetallsvektoren $\mathbf{k}$ og en enhetsvektor $\hat{n}$ som peker i samme retning som $\mathbf{E}$.

Oppgave 3

På en godværsdag treffer den elektromagnetiske strålingen fra sola jorda med en intensitet på omtrent 1300 W/m^2 . Hvor stort trykk representerer dette hvis strålingen treffer en overflate som absorberer all strålingen fullstendig? Enn hvis strålingen treffer en overflate som reflekterer all strålingen fullstendig? Hvor stort er strålingstrykket fra sola i forhold til det atmosfæriske trykket?

Oppgave 4

En oscillerende elektrisk dipol,

$$\mathbf{p}(t) = \hat{z}p_0 \cos \omega t,$$

resulterer i et elektrisk felt,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r} \cos[\omega(t - r/c)] \hat{\theta},$$

og et magnetfelt,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi cr} \cos[\omega(t - r/c)] \hat{\phi}.$$

Begge disse er tilnærmede uttrykk som gjelder så lenge vi er langt unna dipolen, samt at bølgelengden er stor i forhold til dipolens utstrekning. Videre er θ vinkelen mellom z -aksen og $\mathbf{r}$, mens $\hat{\theta}$ og $\hat{\phi}$ er enhetsvektorer som peker i retning av økende verdi av henholdsvis θ og ϕ . (Med andre ord, r , θ og ϕ er standard kulekoordinater, som innført i elektromagnetismen i vår. Alternativt, se Rottmann.)

Finn et uttrykk for Poyntings vektor $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ og vis at strålingsintensiteten blir

$$I(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 cr^2} \hat{r}$$

Her angir $\langle \dots \rangle$ som vanlig et tidsmiddel over en eller flere perioder. Vis til slutt at total (midlere) utstrålt energi pr tidsenhet (dvs effekt) blir

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{12\pi c}$$

Tips: Integrer $\langle \mathbf{S} \rangle$ over en kuleflate med radius r .

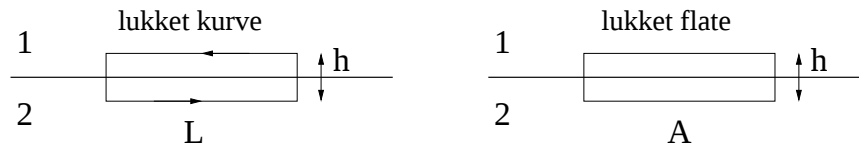
Øving 10

Oppgave 1

Bruk Maxwells ligninger,

$$\begin{aligned}\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} &= q_f \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} &= 0 \\ \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= I_f + \frac{d}{dt} \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}\end{aligned}$$

til å utlede grenseflatebetingelsene $\Delta D_{\perp} = 0$, $\Delta E_{\parallel} = 0$, $\Delta B_{\perp} = 0$ og $\Delta H_{\parallel} = 0$ for en grenseflate uten fri ladning og strøm. Velg lukkede kurver og flater som antydnet i figuren nedenfor og la $h \rightarrow 0$.



Oppgave 2

a) Planet $z = 0$ danner grenseflaten mellom to lineære medier 1 ($z < 0$) og 2 ($z > 0$), med permittiviteter og permeabiliteter henholdsvis ε_1 , μ_1 og ε_2 , μ_2 . Anta at en plan harmonisk elektromagnetisk bølge kommer inn fra venstre, dvs den forplanter seg i positiv z -retning. Amplituden til elektrisk felt i innkommende bølge er E_{i0} . Vis at bølgen som reflekteres i $z = 0$ har amplitude

$$E_{r0} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} E_{i0}$$

og at bølgen som transmitteres i $z = 0$ har amplitude

$$E_{t0} = \frac{2}{1 + \beta} E_{i0}$$

Her er

$$\beta \equiv \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2}$$

med $v_j = c/n_j =$ bølges (fase-)hastighet i medium j . n_j er brytningsindeksen i medium j . (Dette tilsvarer figuren i oppgave 3, med alle vinkler lik null.)

b) Innkommende bølge har intensitet I_i . Denne fordeler seg på den reflekterte (I_r) og den transmitterte (I_t) bølgen. Finn refleksjonskoeffisienten

$$R \equiv \frac{I_r}{I_i}$$

og transmisjonskoeffisienten

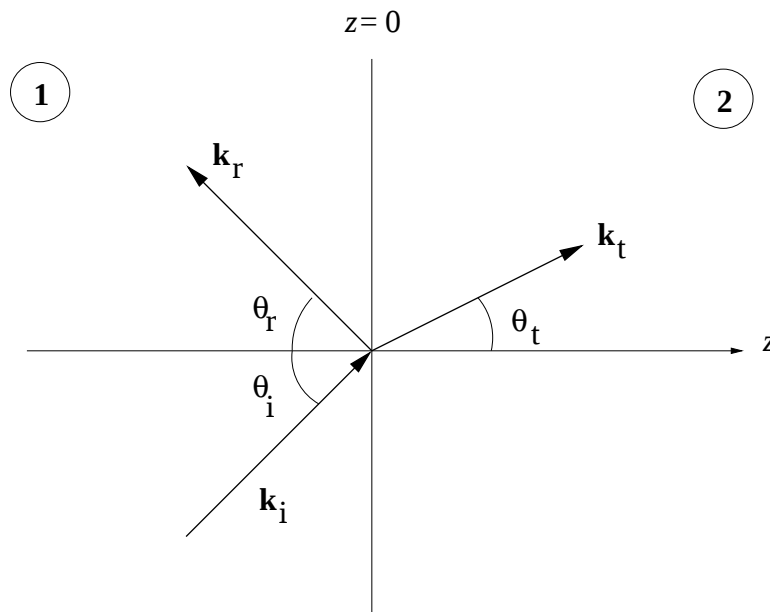
$$T \equiv \frac{I_t}{I_i}$$

uttrykt ved brytningsindeksene n_1 og n_2 i det vi antar at begge medier er umagnetiske, dvs $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. Bestem tallverdier for R og T for grenseflaten mellom luft ($\simeq$ vakuum) og glass med relativ permittivitet 2.25.

Oppgave 3

Geometrisk optikk tre lover

Planet $z = 0$ danner grenseflaten mellom to lineære medier 1 ($z < 0$) og 2 ($z > 0$), med brytningsindekser henholdsvis n_1 og n_2 . Anta at en plan harmonisk elektromagnetisk bølge kommer inn "fra venstre" slik at forplantningsretningen, gitt ved bølgetallsvektoren $\mathbf{k}_i$, danner en vinkel θ_i med z -aksen. Innkommende bølge blir delvis reflektert, med bølgetallsvektor $\mathbf{k}_r$, og delvis transmittert (evt *refraktert*), med bølgetallsvektor $\mathbf{k}_t$, som vist i figuren.



Elektrisk feltvektor for de tre bølgene er

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i &= \mathbf{E}_{i0} \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t) \\ \mathbf{E}_r &= \mathbf{E}_{r0} \cos(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t) \\ \mathbf{E}_t &= \mathbf{E}_{t0} \cos(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)\end{aligned}$$

Bølgetallsvektoren $\mathbf{k}_i$ kan uttrykkes i kartesiske koordinater,

$$\mathbf{k}_i = k_{ix}\hat{x} + k_{iy}\hat{y} + k_{iz}\hat{z}$$

og tilsvarende for $\mathbf{k}_r$ og $\mathbf{k}_t$.

a) Bruk av grensebetingelsene for $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ i planet $z = 0$ (betingelser som skal gjelde overalt i dette planet, dvs for alle x og y og til alle tider t) vil resultere i ligninger på formen

$$A \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega t) + B \cos(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega t) = C \cos(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

der koeffisientene A , B og C ikke avhenger av $\mathbf{r}$ og t . (Disse skal ikke bestemmes her.) Bruk dette til å argumentere for at

$$\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}$$

for alle mulige posisjoner $\mathbf{r} = (x, y, 0)$ i grenseflaten $z = 0$.

Argumenter videre for at vi da må ha

$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}$$

og

$$k_{iy} = k_{ry} = k_{ty}$$

Men da har vi 3 vektorer med 2 av komponentene identiske, hvilket må bety at de 3 vektorene alle ligger i ett og samme plan. Vi ser dessuten at dette planet står vinkelrett på grenseflaten, hvilket må bety at flatenormalen til grenseflaten også ligger i samme plan som de 3 bølgetallsvektorene.

Dette er geometrisk optikk 1. lov:

Bølgetallsvektorene til innkommende, reflektert og transmittert bølge danner et plan, det såkalte *innfallsplanet*, som også inkluderer flatenormalen til grenseflaten.

b) La oss nå velge x - og y -aksene slik at $\mathbf{k}_i$ ligger i xz -planet. Vis at da er

$$k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r = k_t \sin \theta_t$$

og dermed

$$\theta_i = \theta_r$$

og

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

Dette er henholdsvis 2. lov (refleksjonsloven):

Innfallsvinkelen og refleksjonsvinkelen er like store: $\theta_i = \theta_r$.

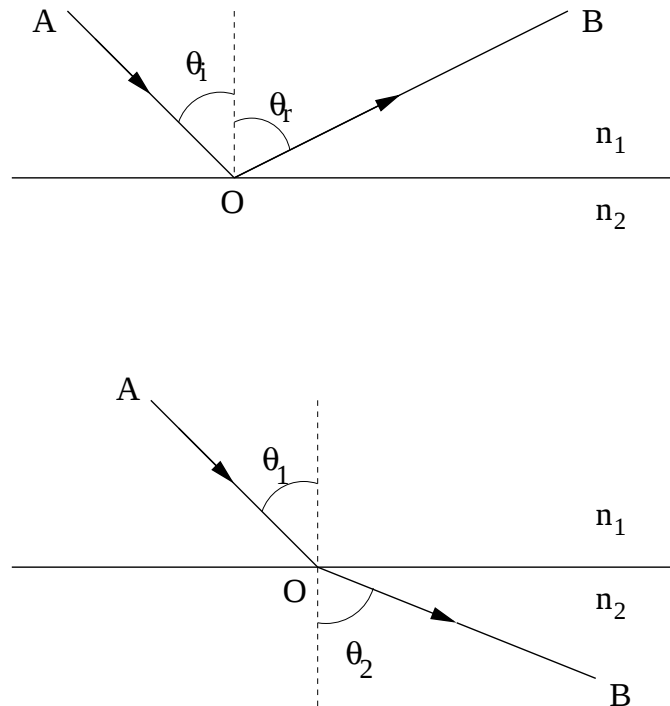
Og 3. lov (brytningsloven, eller *Snells lov*):

$$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{n_1}{n_2}$$

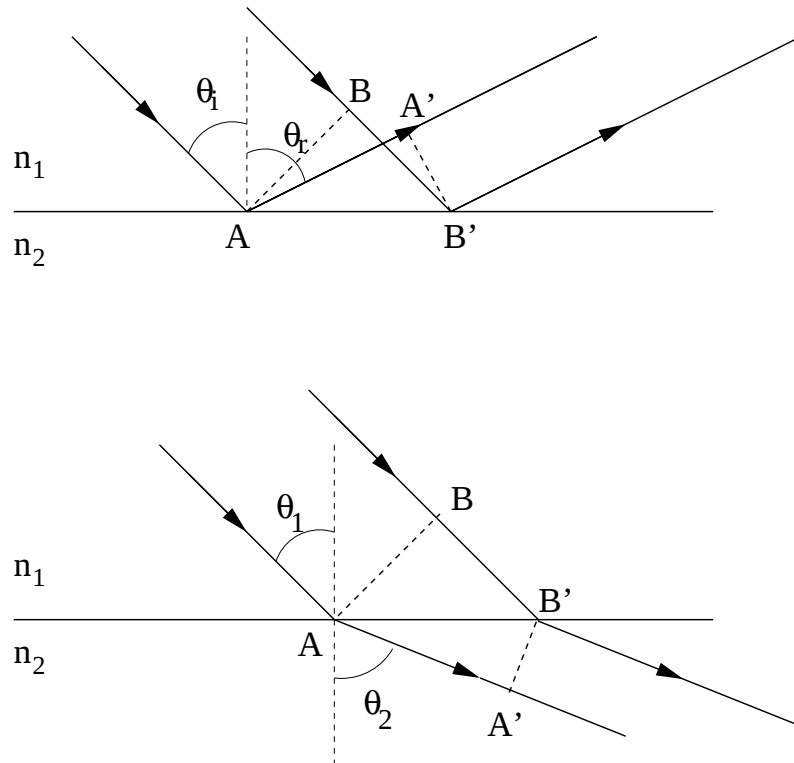
Øving 11

Oppgave 1

Utlede refleksjonsloven og brytningsloven ved hjelp av Fermats prinsipp og Huygens' prinsipp. Hvis du synes det blir mye på en gang: Gjennomfør f.eks. to av i de i alt fire utledningene nå og ta de to siste når du leser til eksamen, eller en dag du kjeder deg. Ta utgangspunkt i Figur 1 og Figur 2 nedenfor. I Figur 1 betrakter vi en lysstråle som går fra posisjon A til posisjon B via en posisjon O i grenseflaten mellom de to mediene. I Figur 2 angir de stiplede linjene AB og A'B' plane bølgefronter.

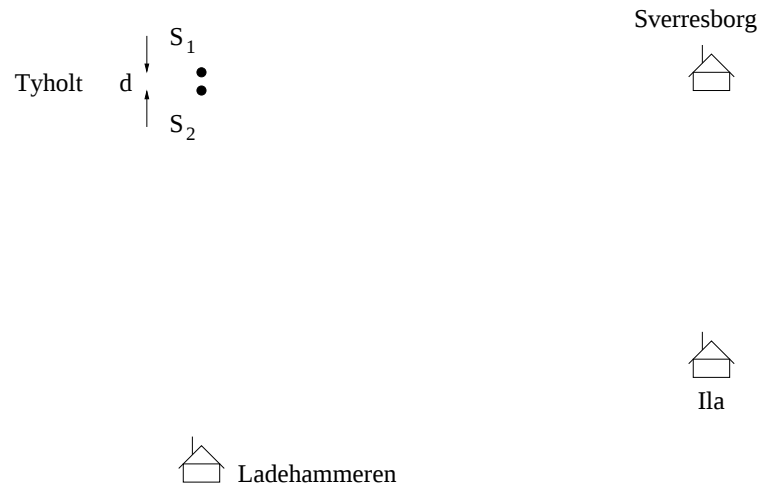


Figur 1. Fermats prinsipp



Figur 2. Huygens' prinsipp

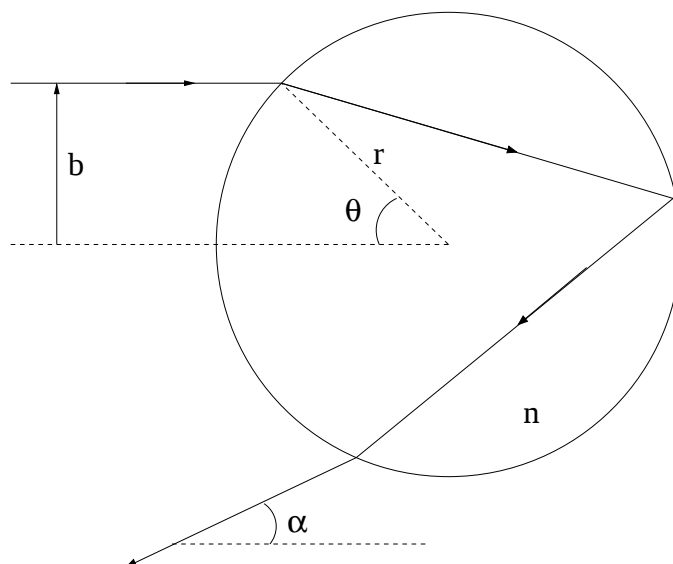
Oppgave 2



En radiostasjon sender fra Tyholt på frekvensen 92.3 MHz med to vertikale dipolantennene S_1 og S_2 som oscillerer i fase og som er plassert med en innbyrdes avstand $d = 3.25$ m, som vist i figuren. Vertikalt betyr her normalt papirplanet. Avstanden fra Tyholt til de tre innregnede boligene er stor i forhold til d , og betydelig større enn det figuren gir inntrykk av. Hvor ville du bosette deg hvis dette var din favoritt-radiostasjon? Foreslå et eller flere tiltak som vil gjøre det mulig å lytte til denne stasjonen både på Sverresborg, i Ila og på Ladehammeren. (Vi tar det for gitt at det er nødvendig med minst to antenner for å oppnå tilstrekkelig effekt.)

Oppgave 3

Figuren viser lysgangen gjennom ei dielektrisk kule med radius r og brytningsindeks n (f.eks. en vanndråpe) for en lysstråle som treffer kula i avstand b over senterlinjen. Denne avstanden opptrer forresten ofte i *spredningseksperimenter*, der et eller annet "prosjektil" skytes inn mot et objekt (her hhv lysstrålen og kula). Den kalles da gjerne *støtparameteren* (*impact parameter*).



Vis at støtparameteren for lyset med minst avbøyningsvinkel (og dermed maksimal verdi for vinkelen α) er

$$b = r\sqrt{(4 - n^2)/3}$$

Vi ser her på lys som gjennomgår *en* refleksjon, dvs den primære regnbuen. Oppgitt:

$$\alpha = 4 \arcsin\left(\frac{1}{n} \sin \theta\right) - 2\theta$$

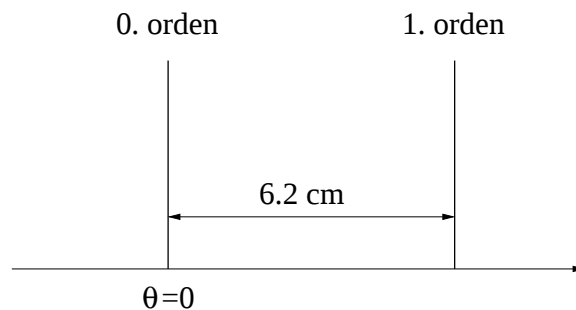
(Dvs: Det omgivende mediet er luft med brytningsindeks 1.)

$$\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

Øving 12

Oppgave 1

Med en laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, dvs lysforsterkning ved hjelp av stimulert utsendelse av stråling) kan vi lage en tilnærmet monokromatisk lysstråle. Laserlys kommer normalt inn mot et diffraksjonsgitter med 2500 spalter fordelt på en bredde 5.0 cm. Det spredte lyset observeres på en skjerm i avstand 2.5 m fra gitteret. Hva er laserlysets bølgelengde dersom avstanden mellom det sentrale (0. ordens) og 1. ordens intensitetsmaksimum er 6.2 cm?



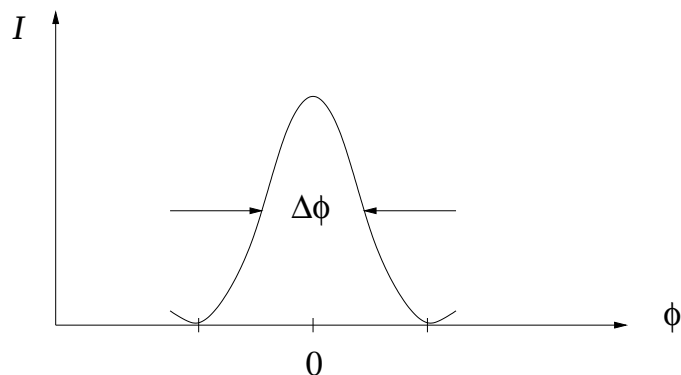
Oppgave 2

Et diffraksjonsgitter med N spalter og gitteravstand d resulterer i en intensitetsfordeling

$$I = I_0 \left(\frac{\sin N\phi/2}{\sin \phi/2} \right)^2, \quad \phi = 2\pi d \sin \theta / \lambda$$

a) Tegn opp I/I_0 som funksjon av ϕ mellom 0. og 1. ordens hovedmaksimum, for $N = 3$ og for $N = 6$.

b) Hvor mange nullpunkter har I mellom to hovedmaksima? Hvilken verdi av ϕ gir det *første* nullpunktet (når vi tar utgangspunkt i $\phi = 0$)? Hva blir da *halvverdibredden* $\Delta\phi$ til en linje (dvs et hovedmaksimum) når gitteret har N spalter?



c) Vis at den tilsvarende halvverdibredden $\Delta\theta_n$ for linjen som svarer til avbøyningsvinkelen θ_n blir

$$\Delta\theta_n = \frac{\Delta\phi}{2\pi\sqrt{(d/\lambda)^2 - n^2}} = \frac{1}{N\sqrt{(d/\lambda)^2 - n^2}}$$

d) Bestem bredden (på skjermen, i cm) til 0. ordens linjen i oppgave 1.

e) Anta at det innkommende lyset i oppgave 1, i tillegg til det blå med bølgelengde 496 nm, består av rødt lys med bølgelengde 726 nm. Bestem posisjonene på skjermen til 0., 1. og 2. ordens linjene til disse to bølgelengdene.

Oppgave 3

Hva skjer med intensitetsfordelingen i Youngs tospalteeksperiment dersom hele apparaturen senkes ned i vann ($n = 1.33$)?

Oppgave 4

Den ene spalten i Youngs tospalteeksperiment dekkes med en tynn plastfolie med brytningsindeks 1.8. Spaltene belyses med monokromatisk lys med $\lambda = 630$ nm. På observasjonsskjermen fås nå et intensitets-*minimum* på senterlinjen (dvs $\theta = 0$). Hva kan vi nå si om tykkelsen til plastfolien?

Oppgave 5

En sirkulær åpning resulterer i et sirkulært diffraksjonsmønster, dvs et lyst sentrum fulgt av mørke og lyse ringer utover for økende avbøyningsvinkel θ . Første mørke ring (intensitetsminimum) opptrer når $\sin \theta = 1.22\lambda/D$, der D er åpningens diameter. Hva blir da oppløsningsevnen til

- a) det menneskelige øye mhp synlig lys?
- b) et optisk teleskop med diameter 8.3 m mhp synlig lys?
- c) et radioteleskop med diameter 305 m mhp radiobølger med bølgelengde 21 cm?

Med oppløsningsevne menes her minste vinkelavstand θ mellom to objekter som sender ut elektromagnetisk stråling, slik at bilder av objektene kan skilles fra hverandre. Se bort fra andre begrensende faktorer enn diffraksjon. Bruk f.eks. 500 nm som bølgelengde for synlig lys og anslå selv D for øyet.

Oppgave 6

Vi ser på diffraksjon fra en enkelt spalte. Hva skjer med intensitetsfordelingen hvis du dobler spaltebredden? Diskuter både maksimal intensitet og vinkelspredning. Er svarene dine i samsvar med kravet om energibevarelse? (Dobling av spaltebredden medfører at dobbelt så mye energi slipper gjennom spalten.)

Øving 13

Oppgave 1

- a) $\bar{S}$ iv spaserer med en hastighet 5 km/t i fartsretningen inne i et tog som kjører med en hastighet 80 km/t . Bestem $\bar{S}$ ivs hastighet i forhold til Sam, som betrakter det hele fra perrongen, både i følge Galileo og i følge Einstein. Hvor stor (prosentvis) feil gjør Galileo i dette tilfellet?
- b) $\bar{S}$ iv løper nå med en hastighet $c/2$ inne i toget som kjører med en hastighet $3c/4$. Hva er nå $\bar{S}$ ivs hastighet i forhold til Sam.
- c) Vis at så lenge $\bar{S}$ iv løper og toget kjører med hastigheter som begge er mindre enn c , vil $\bar{S}$ ivs hastighet i forhold til Sam også være mindre enn c .

Oppgave 2

Sam er en dag vitne til følgende dramatiske opptrekk:

$\bar{S}$ iv har koka Arnes øving i bølgefysikk og blir dessverre (for henne) oppdaget. Arne er av den nådeløse typen og fyrer av et skudd med pistolen sin etter $\bar{S}$ iv, som prøver å komme seg unna. Sam noterer at $\bar{S}$ iv er raskere enn Arne; de to løper med hastigheter henholdsvis $5c/8$ og $3c/8$. Pistolen gir kula en utgangshastighet $5c/16$ (i forhold til pistolen). Klarer $\bar{S}$ iv å unnsnippe?

Oppgave 3

Anta at du har stilt opp en lang rekke med synkroniserte klokke, en for hver 300000 km . Hvilken tid *ser* du på klokke nummer 201 når den du har rett ved siden av deg (nummer 1) er 12:00:00? Hvilken tid *observerer* du på klokke nummer 201?

Oppgave 4

Relativitetsteori handler ikke bare om *tenkte* eksperimenter (*gedanken* experiments):

Når høyenergetiske partikler (for eksempel protoner) kolliderer med atomer i den øvre delen av atmosfæren (15 - 20 km over bakken), genereres det nye partikler, for eksempel såkalte pioner. Pioner kan være elektrisk nøytrale eller ha ladning $+e$ eller $-e$. Uansett er de svært ustabile, med levetider bare noen få ns (nanosekunder). Et ladet pion spaltes ("henfaller") fortrinnsvis til et myon og et (myon-)nøytrino, eksempelvis

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

Myonet er også ustabilt og spaltes fortrinnsvis til et positron (eventuelt elektron, hvis det er snakk om μ^-), et nøytrino og et antinøytrino,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}$$

Laboratorieeksperimenter viser at levetiden til myoner med lave hastigheter (dvs essensielt i ro) er ca $2.2 \mu\text{s}$. Hvordan kan det da ha seg at en betydelig andel av myonene som dannes i den øvre delen av atmosfæren når helt ned til jordoverflaten? Den gjennomsnittlige energien til myonene som når jordoverflaten er målt til ca 2 GeV, mens myonets hvileenergi er ca 105.7 MeV. (Merk at "levetid" her må oppfattes som "midlere levetid": Noen myoner lever kortere enn dette mens andre lever lenger.)

Oppgave 5

En partikkel A beveger seg med hastighet $\mathbf{u}$ i inertialsystemet S og med hastighet $\bar{\mathbf{u}}$ i inertialsystemet $\bar{S}$. $\bar{S}$ beveger seg med hastighet $\mathbf{v} = v\hat{x}$ i forhold til S . Finn $\bar{\mathbf{u}}$ uttrykt ved $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ (og c , selvsagt).

Oppgave 6

$\bar{\text{Siv}}$ og Sam er tvillinger. Når de fyller 18 år, får de hver sin klokke av foreldrene. Fra sin rike onkel i Amerika får $\bar{\text{Siv}}$ og Sam et hurtiggående romskip. $\bar{\text{Siv}}$ er glad i å reise og bestemmer seg for å ta en tur til Epsilon Indi, en stjerne som ligger ca 12 lysår unna jorden. For Sam gjelder "borte bra men hjemme best", så han blir hjemme. $\bar{\text{Siv}}$ får raskt romskipet opp i toppfart som er $0.98c$. Epsilon Indi viser seg å være både ugjestmild og forlatt, så $\bar{\text{Siv}}$ vender umiddelbart tilbake til jorden. Hvor gamle er Sam og $\bar{\text{Siv}}$ når $\bar{\text{Siv}}$ går inn for landing?

Bruk $c = 3 \cdot 10^8$ m/s der numerisk verdi på lyshastigheten er nødvendig.