TFY4160/FY1002 Bølgefysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2007.
Veiledning: 19. og 20. september. Innleveringsfrist: Mandag 24. september kl 12:00.

Øving 4

Oppgave 1
Den venstre enden av en (lang) streng strukket i x-retning tvinges til å vibrere normalt på strengens utstrekning (dvs såkalt transversalt) med et utsving gitt ved

$$y = A \cos \omega t$$

der $A = 0.10$ m og $\omega = 2\pi\nu$ med $\nu = 1.0\ \mathrm{s}^{-1}$. Strekket i strengen er $S = 8.5$ N, og masse pr lengdeenhet er $\mu = 28$ g/m. Vi antar at svingningen gitt ovenfor resulterer i at en rent harmonisk transversal bølge forplanter seg i positiv x-retning på strengen. (Vi antar at strengen er så lang at vi ikke får noen reflektert bølge mens vi gjør eksperimentet.)

a) Finn bølgehastigheten v på strengen. Hva blir bølgehastigheten dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort (dvs med $\nu = 3.0$ Hz)?

b) Finn bølgelengden til bølgen som forplanter seg langs strengen. Hva blir bølgelengden dersom strengens venstre ende svinger tre ganger så fort?

c) Finn utsvinget som funksjon av tiden til et punkt på strengen 1.0 m fra svingekilden og til et punkt 5.0 m fra svingekilden (når $\nu = 1.0$ Hz). Hvor stor er faseforskjellen mellom utsvinget i disse to posisjonene?

Oppgave 2

a) Verifiser at en transversal bølge som forplanter seg langs x-aksen med utsving $\boldsymbol{D}$ med komponentene D_z og D_y gitt ved

$$D_z = D_0 \cos(kx - \omega t) \tag{1}$$

og

$$D_y = D_0 \sin(kx - \omega t) \tag{2}$$

er sirkulærpolarisert.

b) Bestem om dreieretningen til $\boldsymbol{D}$ er med eller mot klokka sett fra en observatør som ser *mot* bølgens forplantningsretning. (Dersom $\boldsymbol{D}$ dreier med klokka, sies bølgen å være høyre-sirkulærpolarisert. Dersom $\boldsymbol{D}$ dreier mot klokka, sies bølgen å være venstre-sirkulærpolarisert.)

c) Skriv opp ligninger tilsvarende ligning (1) og (2) for en bølge som har motsatt sirkulær polarisasjon av bølgen gitt ved lign. (1) og (2).

d) Skisser, i (y,z)-planet, kurvene som (spissen av) $\boldsymbol{D}$ følger dersom

$$\boldsymbol{D} = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + D_0 \sin(kx - \omega t + \pi)\hat{z}$$

og

$$\boldsymbol{D} = D_0 \sin(kx - \omega t)\hat{y} + 2D_0 \cos(kx - \omega t)\hat{z}$$

Oppgave 3

En gaussformet bølgepuls

$$\xi(x,t) = \xi_0 \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{a^2}\right]$$

vandrer med hastighet v langs ei fjær med massetetthet μ [kg/m] og elastisk modul K [N]. Størrelsen $\xi(x,t)$ representerer det longitudinale utsvinget (i forhold til likevekt) ved tidspunkt t for den biten av fjæra som har likevektsposisjon x.

a) Hvordan kan vi være sikre på at $\xi(x,t)$ virkelig *er* en mulig bølgepuls langs ei slik fjær? I hvilken retning propagerer bølgen?

b) Hvordan avhenger bølgehastigheten v av fjæras elastiske egenskaper (dvs K) og treghets-egenskaper (dvs μ)? Kontroller at uttrykket for v har riktig dimensjon.

c) Finn et uttrykk for (den totale) energien E assosiert med bølgepulsen. Kontroller at uttrykket for E har riktig dimensjon.

Tips: Ta utgangspunkt i at bølgens energi pr lengdeenhet er

$$\varepsilon(x,t) = \mu v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2$$

som utledet i forelesningene. Dermed er $\varepsilon(x,t)\,dx$ bølgens energiinnhold mellom x og $x + dx$. Det oppgis her følgende integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Noen svar:

1a (første del): ca 17 m/s   1b (første del): ca 17 m   1c: $\Delta\phi \simeq 83$ grader

3c: $E = \sqrt{\pi}\mu v^2 \xi_0^2 / \sqrt{2} a$