TFY4160/FY1002 Bølgefysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2007.
Veiledning: 24. og 25. oktober. Innleveringsfrist: Mandag 29. oktober kl 12:00.

Øving 9

Oppgave 1

Regn ut:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{a} \cos(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t)$$
$$\nabla \times \boldsymbol{a} \cos(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t)$$

Her er $\boldsymbol{a}$ en vektor (som ikke avhenger av $\boldsymbol{r}$).

Oppgave 2

Finn uttrykk for det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$ og magnetfeltet $\boldsymbol{B}$ for en plan elektromagnetisk bølge med amplitude E_0 (for det elektriske feltet), vinkelfrekvens ω, fasekonstant null, og som

a) forplanter seg i negativ z-retning og er polarisert i y-retning.

b) forplanter seg i retning gitt ved vektoren fra origo til punktet $(1, 1, 1)$ og har polarisering parallelt med xy-planet.

For begge tilfeller, angi de kartesiske komponentene til både bølgetallsvektoren $\boldsymbol{k}$ og en enhetsvektor $\hat{n}$ som peker i samme retning som $\boldsymbol{E}$.

Oppgave 3

På en godværsdag treffer den elektromagnetiske strålingen fra sola jorda med en intensitet på omtrent 1300 W/m^2. Hvor stort trykk representerer dette hvis strålingen treffer en overflate som absorberer all strålingen fullstendig? Enn hvis strålingen treffer en overflate som reflekterer all strålingen fullstendig? Hvor stort er strålingstrykket fra sola i forhold til det atmosfæriske trykket?

Oppgave 4

En oscillerende elektrisk dipol,

$$\boldsymbol{p}(t) = \hat{z} p_0 \cos \omega t,$$

resulterer i et elektrisk felt,

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi r} \cos[\omega(t - r/c)]\, \hat{\theta},$$

og et magnetfelt,

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = -\frac{\mu_0 p_0 \omega^2 \sin\theta}{4\pi c r} \cos[\omega(t - r/c)]\, \hat{\phi}.$$

Begge disse er tilnærmede uttrykk som gjelder så lenge vi er langt unna dipolen, samt at bølgelengden er stor i forhold til dipolens utstrekning. Videre er θ vinkelen mellom z-aksen og $\boldsymbol{r}$, mens $\hat{\theta}$ og $\hat{\phi}$ er enhetsvektorer som peker i retning av økende verdi av henholdsvis θ og ϕ. (Med andre ord, r, θ og ϕ er standard kulekoordinater, som innført i elektromagnetismen i vår. Alternativt, se Rottmann.)

Finn et uttrykk for Poyntings vektor $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}, t)$ og vis at strålingsintensiteten blir

$$I(\boldsymbol{r}) = \langle \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}, t) \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2 c r^2}\, \hat{r}$$

Her angir $\langle \cdots \rangle$ som vanlig et tidsmiddel over en eller flere perioder. Vis til slutt at total (midlere) utstrålt energi pr tidsenhet (dvs effekt) blir

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{12\pi c}$$

Tips: Integrer $\langle \boldsymbol{S} \rangle$ over en kuleflate med radius r.