**FY1002/TFY4160 Bølgefysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2008.**
Veiledning: Torsdag 28. august. Innleveringsfrist: Mandag 1. september kl 12:00.

# Øving 1

## Oppgave 1

En kloss med masse $m$ er festet til ei (masseløs) fjær med kraftkonstant $k$. Fjæra er festet til en vegg i sin venstre ende. Klossen kan gli uten friksjon på et horisontalt underlag. Bevegelsen blir startet (ved $t = 0$) ved å dra klossen fra likevektsposisjonen $x = 0$ mot høyre til posisjon $x_0$ og gi den en hastighet $v_0$ mot høyre. Klossen utfører deretter harmoniske svingninger beskrevet ved $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ der $\omega = 2\pi/T$ er vinkelfrekvensen, $T$ er perioden, og $\phi$ er en fasekonstant.

*a*) Finn uttrykk for $\omega$, $\phi$ og amplituden $A$.

*b*) Finn systemets totale energi $E$.

*c*) Vi kunne alternativt ha skrevet løsningen på formen $x(t) = B\cos\omega t + C\sin\omega t$. Hva blir da de to koeffisientene $B$ og $C$?

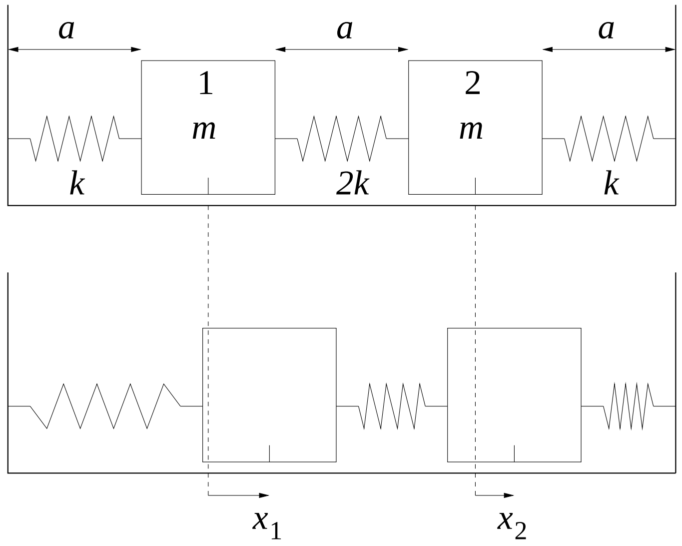
*d*) Bestem tallverdier for svingebevegelsens maksimale utsving og maksimale hastighet dersom $m = 100$ g, $k = 10$ N/m, $x_0 = 1.0$ cm og $v_0 = 10$ cm/s.

## Oppgave 2

Systemet i oppgave 1 dreies 90 grader slik at massen $m$ henger vertikalt i tyngdefeltet. Ny likevektsposisjon for klossen tilsvarer at fjæra er strukket en lengde $\Delta x$. Finn et uttrykk for $\Delta x$. (Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s$^2$) Bestem også tallverdi for $\Delta x$. Skriv ned bevegelsesligningen for klossen og vis at den vil svinge harmonisk med samme frekvens som før.

**Oppgave 3**

To like klosser, hver med masse $m$, er festet til masseløse fjærer med fjærkonstant henholdsvis $k$ (de to ytterste) og $2k$ (den i midten).




I den øverste figuren er hele systemet i likevekt: Begge masser er i ro, alle fjærer har lengde $a$, og de er verken strukket eller sammenpresset. Nederst er det vist en generell tilstand, der $x_1$ og $x_2$ angir ”utsvingene” til henholdsvis masse 1 og 2.

$a$) Skriv ned bevegelsesligningene for de to klossene.

$b$) Anta at de to klossene utfører harmoniske svingninger med samme vinkelfrekvens $\omega$ og samme fasekonstant $\phi$. Med andre ord, anta at

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A\cos(\omega t + \phi) \\ x_2(t) &= B\cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Sett disse antagelsene inn i bevegelsesligningene og vis at de to mulige vinkelfrekvensene som klossene kan svinge med er $\omega_a = \sqrt{k/m}$ og $\omega_s = \sqrt{5k/m}$.

$c$) Bestem, for hver av vinkelfrekvensene $\omega_a$ og $\omega_s$, sammenhengen mellom koeffisientene $A$ og $B$. Tegn øyeblikksbilder av systemet når det svinger i hver av disse såkalte ”normale modene” $a$ (for antisymmetrisk) og $s$ (for symmetrisk). Prøv om du kan se direkte fra disse bildene hva de tilhørende $\omega$ må være og sammenlign med det du fant i punkt $b$.

Fasitsvar:

*Oppgave 1*: $d$) 1.4 cm, 14 cm/s.

*Oppgave 2*: 9.8 cm.

**”Sjekk selv”**

(Små utregninger, typisk slike som ikke ble tatt i detalj på forelesningene. Uten retting og uten løsningsforslag.)

1. Vis at
$$Ce^{i\omega t} + C^* e^{-i\omega t} = 2\text{Re}\left[Ce^{i\omega t}\right]$$
Her er $C^*$ den kompleks konjugerte av $C$.

2. Vis at
$$2\text{Re}\left[Ce^{i\omega t}\right] = D\cos\omega t + G\sin\omega t$$
dersom
$$D = 2\text{Re}C \quad , \quad G = -2\text{Im}C$$

3. Vis at
$$x(t) = ae^{-\delta t} + bte^{-\delta t}$$
er løsning av differensialligningen
$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$
når $\omega_0 = \delta$. Her er $a$ og $b$ vilkårlige konstanter.