FY1002/TFY4160 Bølgefysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Høsten 2008.
Veiledning: Torsdag 20. november. Innleveringsfrist: Mandag 24. november kl 12:00.

Øving 13

Denne regneøvingen har spesiell relativitetsteori som tema og inneholder forholdsvis mange oppgaver. Gjør noen av dem før innleveringsfristen og resten når du forbereder deg til eksamen.

Oppgave 1

a) $\overline{\text{S}}$iv spaserer med en hastighet 5 km/t i fartsretningen inne i et tog som kjører med en hastighet 80 km/t. Bestem $\overline{\text{S}}$ivs hastighet i forhold til Sam, som betrakter det hele fra perrongen, både i følge Galileo og i følge Einstein. Hvor stor (prosentvis) feil gjør Galileo i dette tilfellet?

b) $\overline{\text{S}}$iv løper nå med en hastighet $c/2$ inne i toget som kjører med en hastighet $3c/4$. Hva er nå $\overline{\text{S}}$ivs hastighet i forhold til Sam.

c) Vis at så lenge $\overline{\text{S}}$iv løper og toget kjører med hastigheter som begge er mindre enn c, vil $\overline{\text{S}}$ivs hastighet i forhold til Sam også være mindre enn c.
(Denne deloppgaven er muligens litt vanskelig. Et tips kan være å innføre dimensjonsløse størrelser $\beta = v_{\overline{S}S}/c$, $\beta_1 = v_{\overline{S}T}/c$ og $\beta_2 = v_{TS}/c$. Oppgaven blir da å vise at hvis både $\beta_1 < 1$ og $\beta_2 < 1$, så er også $\beta < 1$, eventuelt $\beta^2 < 1$.)

Oppgave 2

Sam blir en dag vitne til følgende dramatiske opptrinn:

$\overline{\text{S}}$iv har kokt Arnes øving i bølgefysikk og blir dessverre (for henne) oppdaget. Arne er av den nådeløse typen og fyrer av et skudd med pistolen sin etter $\overline{\text{S}}$iv, som prøver å komme seg unna. Sam noterer at $\overline{\text{S}}$iv er raskere enn Arne; de to løper med hastigheter henholdsvis $5c/8$ og $3c/8$. Pistolen gir kula en utgangshastighet $5c/16$ (i forhold til pistolen). Klarer $\overline{\text{S}}$iv å unnslippe?

Oppgave 3

Anta at du har stilt opp en lang rekke med synkroniserte klokker, en for hver 300000. km. Hvilken tid *ser* du på klokke nummer 201 når den du har rett ved siden av deg (nummer 1) er 12:00:00? Hvilken tid *observerer* (dvs: *måler*) du på klokke nummer 201?

Oppgave 4

Relativitetsteori handler ikke bare om *tenkte* eksperimenter (*gedanken* experiments):
Når høyenergetiske partikler (for eksempel protoner) kolliderer med atomer i den øvre delen av atmosfæren (15 - 20 km over bakken), genereres det nye partikler, for eksempel såkalte pioner. Pioner kan være elektrisk nøytrale eller ha ladning $+e$ eller $-e$. Uansett er de svært ustabile, med levetider bare noen få ns (nanosekunder). Et ladet pion spaltes ("henfaller") fortrinnsvis til et myon og et (myon-)nøytrino, eksempelvis

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

Myonet er også ustabilt og spaltes fortrinnsvis til et positron (eventuelt elektron, hvis det er snakk om μ^-), et nøytrino og et antinøytrino,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \overline{\nu}$$

Laboratorieeksperimenter viser at levetiden til myoner med lave hastigheter (dvs essensielt i ro) er ca 2.2 μs. Hvordan kan det da ha seg at en betydelig andel av myonene som dannes i den øvre delen av atmosfæren når helt ned til jordoverflaten? Den gjennomsnittlige energien til myonene som når jordoverflaten er målt til ca 2 GeV, mens myonets hvileenergi er ca 105.7 MeV. (Merk at "levetid" her må oppfattes som "midlere levetid": Noen myoner lever kortere enn dette mens andre lever lenger.)

Oppgave 5

En partikkel A beveger seg med hastighet $\boldsymbol{u}$ i inertialsystemet S og med hastighet $\overline{\boldsymbol{u}}$ i inertialsystemet $\overline{S}$. $\overline{S}$ beveger seg med hastighet $\boldsymbol{v} = v\hat{x}$ i forhold til S. Finn $\overline{\boldsymbol{u}}$ uttrykt ved $\boldsymbol{u}$ og $\boldsymbol{v}$ (og c, selvsagt).

Oppgave 6

$\overline{\text{S}}$iv og Sam er tvillinger. Når de fyller 18 år, får de hver sin klokke av foreldrene. Fra sin rike onkel i Amerika får $\overline{\text{S}}$iv og Sam et hurtiggående romskip. $\overline{\text{S}}$iv er glad i å reise og bestemmer seg for å ta en tur til Epsilon Indi, en stjerne som ligger ca 12 lysår unna jorden. For Sam gjelder "borte bra men hjemme best", så han blir hjemme. $\overline{\text{S}}$iv får raskt romskipet opp i toppfart som er $0.98c$. Epsilon Indi viser seg å være både ugjestmild og forlatt, så $\overline{\text{S}}$iv vender umiddelbart tilbake til jorden. Hvor gamle er Sam og $\overline{\text{S}}$iv når $\overline{\text{S}}$iv går inn for landing?

Bruk $c = 3 \cdot 10^8$ m/s der numerisk verdi på lyshastigheten er nødvendig.

Oppgave 7

Et positivt ladet pion, π^+, som ligger i ro, spaltes i to nye partikler, et myon, μ^+, og et myonnøytrino, ν_μ. Pionet har masse $m_\pi \simeq 139.57$ MeV/c^2, myonet har masse $m_\mu \simeq 105.66$ MeV/c^2. Nøytrinoet har så liten masse at vi kan se bort fra denne og sette $m_\nu = 0$.

a) Bruk prinsippet om bevarelse av relativistisk impuls og energi til å vise at myonets energi blir

$$E_\mu = \frac{\left(m_\pi^2 + m_\mu^2\right) c^2}{2m_\pi}$$

b) Vis deretter at myonets hastighet blir

$$v_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\, c$$

Regn ut tallverdier for E_μ og v_μ.