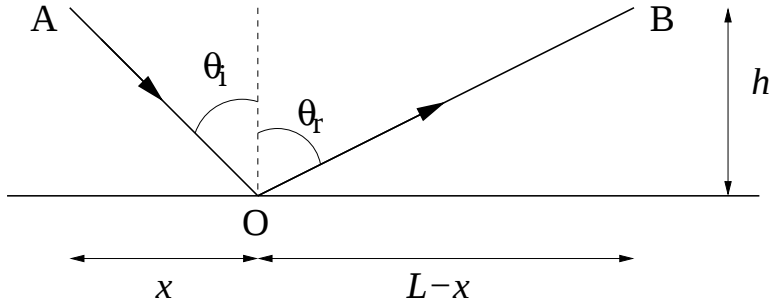
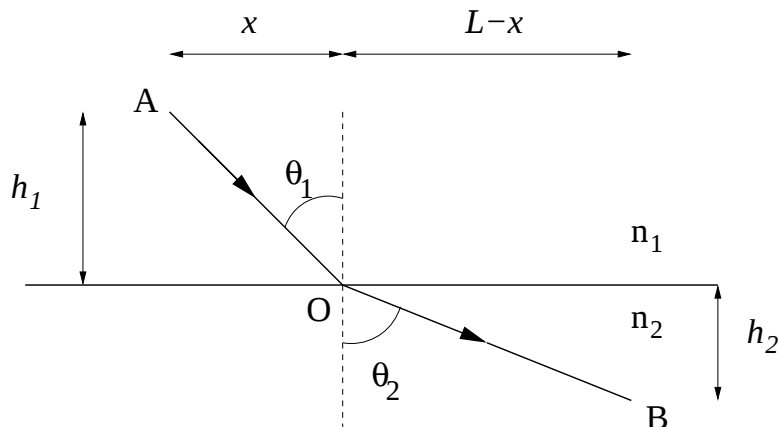


Løsningsforslag til øving 10

Oppgave 1



Figur 1. Fermats prinsipp og refleksjon



Figur 1. Fermats prinsipp og brytning

Fermats prinsipp og refleksjon:

Veistrekningen fra A via O til B er

$$s = \sqrt{x^2 + h^2} + \sqrt{(L - x)^2 + h^2}$$

Hele veien ligger i medium 1, slik at lyshastigheten ikke endrer seg. Dermed blir det ett fett om vi minimerer tidsbruken eller veilengden. Vi finner minste veistrekning ved å derivere s mhp x og sette uttrykket lik null:

$$\begin{aligned}\frac{ds}{dx} &= \frac{2x}{\sqrt{x^2 + h^2}} - \frac{2(L - x)}{\sqrt{(L - x)^2 + h^2}} = 0 \\ \Rightarrow 2x\sqrt{(L - x)^2 + h^2} &= 2(L - x)\sqrt{x^2 + h^2} \\ \Rightarrow 4x^2(L^2 - 2Lx + x^2 + h^2) &= (4L^2 - 8Lx + 4x^2)(x^2 + h^2) \\ \Rightarrow 4L^2h^2 - 8Lxh^2 &= 0 \\ \Rightarrow x &= L/2 \\ \Rightarrow \theta_i &= \theta_r\end{aligned}$$

Fermats prinsipp og brytning:

Hastighet i medium 1 er v_1 og i medium 2 v_2 . Tidsforbruk fra A via O til B blir da

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(L - x)^2 + h_2^2}}{v_2}$$

Finner minimal tid ved å derivere og sette lik null:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2x}{v_1\sqrt{x^2 + h_1^2}} - \frac{2(L - x)}{v_2\sqrt{(L - x)^2 + h_2^2}} = 0$$

Vi ser fra figuren at

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h_1^2}}$$

mens

$$\sin \theta_2 = \frac{L - x}{\sqrt{(L - x)^2 + h_2^2}}$$

Dermed har vi uten videre

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

siden $v_1 = c/n_1$ og $v_2 = c/n_2$.

Huygens' prinsipp og refleksjon:

Både AB og A'B' er bølgefronter. Da må vi ha $AA' = BB'$. Vi ser fra figuren i oppgaveteksten at

$$\sin \theta_r = \frac{AA'}{AB'}$$

og at

$$\sin \theta_i = \frac{BB'}{AB'}$$

Men da er

$$\sin \theta_r = \sin \theta_i$$

og

$$\theta_r = \theta_i$$

Huygens' prinsipp og brytning:

Også her er både AB og A'B' bølgefronter. Da må tidsforbruket fra A til A' være like stort som tidsforbruket fra B til B', dvs

$$t_{AA'} = \frac{AA'}{v_2} = t_{BB'} = \frac{BB'}{v_1}$$

Fra figuren i oppgaveteksten ser vi at

$$\sin \theta_1 = \frac{BB'}{AB'}$$

og at

$$\sin \theta_2 = \frac{AA'}{AB'}$$

Dermed:

$$\frac{AB' \sin \theta_2}{v_2} = \frac{AB' \sin \theta_1}{v_1}$$

dvs

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$$

Oppgave 2

En frekvens 92.3 MHz tilsvarer bølgelengden

$$\lambda = c/\nu = 3.25 \text{ m}$$

Vi har med andre ord $d = \lambda$. Kriteriet for konstruktiv interferens mellom radiobølgene fra de to dipolantennene blir dermed

$$\sin \theta = m$$

som bare kan være oppfylt for $m = 0$, i retning Sverresborg, og for $m = 1$, i retning Ladehameren. Fra figuren ser vi at retning mot Ila tilsvarer en vinkel $\theta \simeq 30^\circ$. Kriteriet for destruktiv interferens er nettopp

$$\sin \theta = m + 1/2 = 1/2$$

dvs $\theta = 30^\circ$. Du bør derfor ikke bosette deg i Ila.

Mulige tiltak for å gi intensitet i alle tre retninger:

- Dobbelt så stor avstand mellom antennene, dvs $d = 2\lambda$. Får da konstruktiv interferens nettopp i de tre aktuelle retningene.
- Mange antenner.
- ...

Oppgave 3

Fra figuren ser vi at $b/r = \sin \theta$, dvs $\theta = \arcsin(b/r)$. Da kan vi skrive α som en funksjon av støtparameteren b :

$$\alpha(b) = 4 \arcsin\left(\frac{b}{nr}\right) - 2 \arcsin\left(\frac{b}{r}\right)$$

Verdi av b som gir maksimal α finnes ved å derivere og sette lik null:

$$\frac{d\alpha}{db} = \frac{4/nr}{\sqrt{1 - (b/nr)^2}} - \frac{2/r}{\sqrt{1 - (b/r)^2}} = 0$$

som gir

$$\frac{4}{n^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) = 1 - \frac{b^2}{n^2 r^2}$$

og dermed

$$b = r\sqrt{(4 - n^2)/3}$$

Oppgave 4

Gitterkonstanten:

$$d = \frac{0.050}{2500} \text{ m} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Hovedmaksima når

$$d \sin \theta_n = n\lambda$$

som gir

$$\lambda = d \sin \theta_1 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{6.2}{\sqrt{250^2 + 6.2^2}} = 496 \text{ nm}$$

Oppgave 5

Lysets bølgelengde endres fra λ i luft til $\lambda/n \simeq 3\lambda/4$ i vann. Dermed blir avstanden mellom intensitetsmaksima på observasjonsskjermen mindre. Eksempelvis vil avbøyningsvinkelen som svarer til 1. ordens maksimum endres fra $\arcsin(\lambda/d)$ i luft til $\arcsin(3\lambda/4d)$ i vann. Her er d avstanden mellom de to spaltene.