16.10.06

El. magn. bølger (LHL 28, TM 30)

Fra sist:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

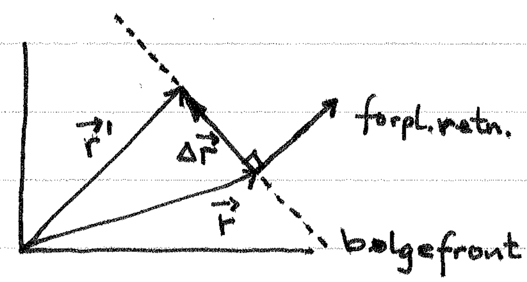
$$c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} \approx 3\cdot 10^8 \ \text{m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} \qquad i = x, y, z$$

Harmonisk plan bølge: $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$

Propagerer i retning $\hat{k}$: La $\vec{r}$ og $\vec{r}\,' = \vec{r} + \Delta\vec{r}$ være punkter i en og samme bølgefront, dvs $\vec{r}$ og $\vec{r}\,'$ er begge punkter i et plan normalt på bølgens forplantningsretning.



Må ha $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r}\,',t)$

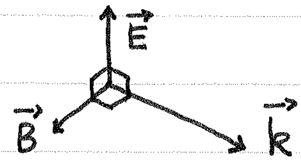
$$\Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t = \vec{k}\cdot\vec{r}\,' - \omega t = \vec{k}\cdot(\vec{r} + \Delta\vec{r}) - \omega t$$

$$\Rightarrow \vec{k}\cdot\Delta\vec{r} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{k} \perp \Delta\vec{r} \quad \Rightarrow \vec{k} \perp \text{bølgefronten}$$

($\Delta\vec{r}$ vilkårlig vektor i bølgefronten) $\Rightarrow \vec{k}$ er forpl. retn.

Maxwells ligninger $\Rightarrow$ $\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$



$kE = \omega B$

$E = \frac{\omega}{k} B = cB$

- Superposisjon:
  Hvis $\vec{E}_1$ og $\vec{E}_2$ er løsninger av bølgelign., er $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ også løsning. Tilsv. for $\vec{B}$.

- Generell løsning: $\vec{E} = \vec{E}_1(x-ct) + \vec{E}_2(x+ct)$ [bølge langs x]

- Polarisasjon:
  Lineærpol.: $\vec{E} = \hat{z} E_0 \sin(kx-\omega t)$ (evt. planpol.)
  Sirkulærpol.: $\vec{E} = \hat{y} E_0 \sin(kx-\omega t) \pm \hat{z} E_0 \cos(kx-\omega t)$ (høyrehånds / venstre –"–)
  Elliptisk: $\vec{E} = \hat{y} E_0 \sin(kx-\omega t) + \hat{z}\, 2E_0 \cos(kx-\omega t)$ (f.eks.)

Energi og impuls i el.magn. bølge (LHL 28.6, TM 30.3)

Fra før: $I = v \cdot \bar{\varepsilon}$

intensitet ($J/s\cdot m^2 = W/m^2$)

bølgehastighet (m/s)

bølgens midlere energi pr volumenhet (J/m^3)

For el.magn. bølge: $v = c$

$$\varepsilon \rightarrow u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$ (FY1003 / TFY4155)

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{E}{c}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$= \varepsilon_0 E^2$$

$$\Rightarrow \quad I = c\varepsilon_0 \overline{E^2}$$

Poyntings vektor : $\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}}$

$$S = |\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} E \cdot \frac{E}{c} = \varepsilon_0 c^2 \cdot E \cdot \frac{E}{c} = c\varepsilon_0 E^2$$

$\Rightarrow \boxed{I = \overline{S}}$ (evt. $I = \langle S \rangle$ hvis tidsmidling)

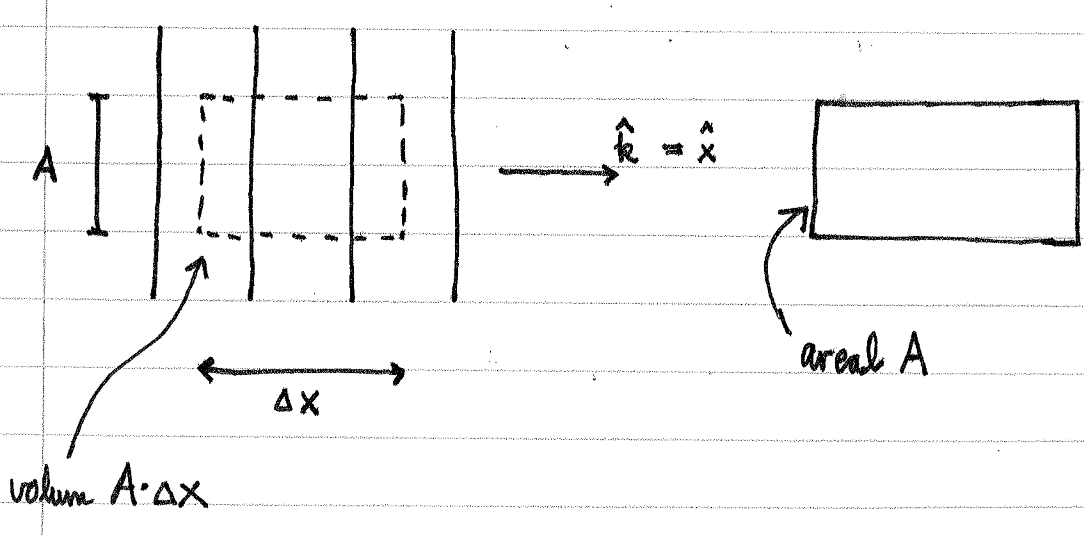
$\langle \vec{S} \rangle$ $\qquad$ $\overline{\vec{S}}$

$\Rightarrow$ Middelverdien (over en periode T, evt. en bølgelengde λ) av $\vec{S}$ er i tallverdi lik bølgens intensitet, mens retningen er i bølgens forplantningsretning (dvs $\langle \vec{S} \rangle = I\hat{k}$).

Fra før : $\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$ = midlere <u>impuls</u> pr volumenhet

For el.magn. bølge : $\pi = \frac{u}{c} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{c} = \frac{S}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0 S$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\pi} = \mu_0\varepsilon_0 \vec{S} = \mu_0 \varepsilon_0 S \hat{k}}$$

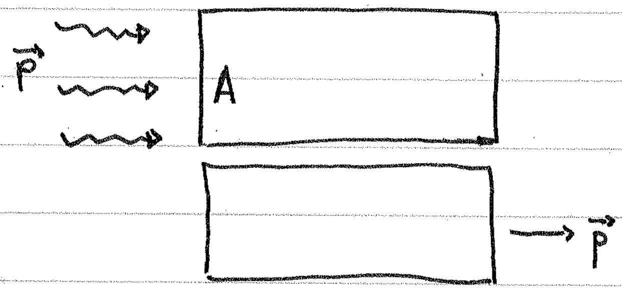


Midlere impuls som treffer areal A på tid $\Delta t = \Delta x / c$:

$$\langle \Delta p \rangle = \langle \pi \rangle \cdot A \cdot \Delta x = \langle \pi \rangle \cdot A \cdot c \cdot \Delta t$$

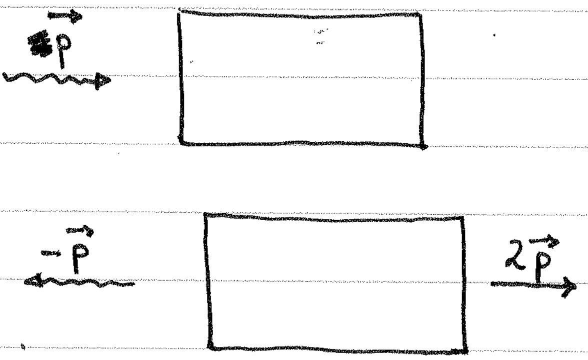
Tilsvarer et <u>strålingstrykk</u> (fra e.m. bølgen på flaten A):

$$P_{rad} = \frac{\langle F \rangle}{A} = \frac{\langle \Delta p \rangle / \Delta t}{A} = \langle \pi \rangle c = \frac{\langle S \rangle}{c} = \frac{I}{c} = \varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$$



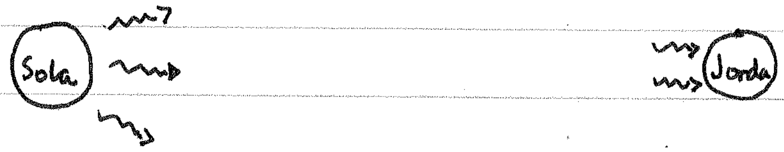
Har her antatt <u>total absorpsjon</u>.

Dersom <u>total refleksjon</u>:



$$\Rightarrow \quad P_{rad} = 2\frac{I}{c} = 2\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$$

Eks:



$$P_{rad} \sim 10^{-6}\ \mathrm{N/m^2} \ll P_{atm} = 10^5\ \mathrm{N/m^2}$$

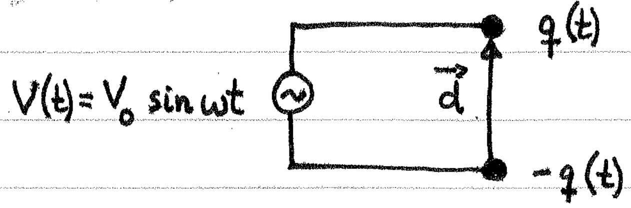
Stråling fra oscillerende dipoler (LHL 28.7, TM 30.3) (83)

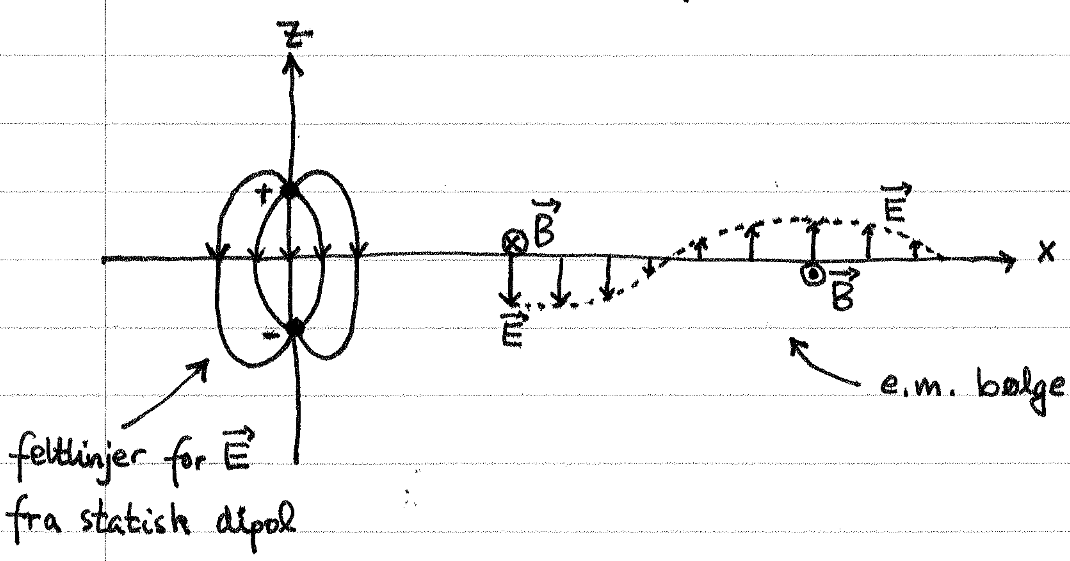
$\boxed{\text{Akselererte ladninger sender ut el.magn. bølger}}$

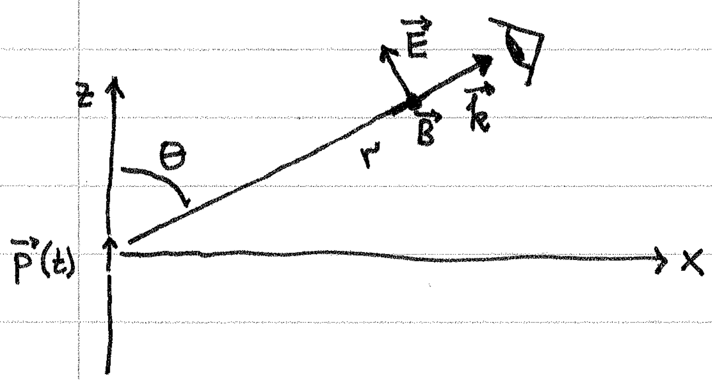
Eks: Oscillerende elektrisk dipol $\vec{p} = q\vec{d}$

$$= q_0 \vec{d} \sin \omega t$$

$$= \vec{p}_0 \sin \omega t$$







$\oint \langle \vec{S} \rangle \cdot d\vec{A}$ = midlere utsendt energi pr tidsenhet, må være uavhengig av r

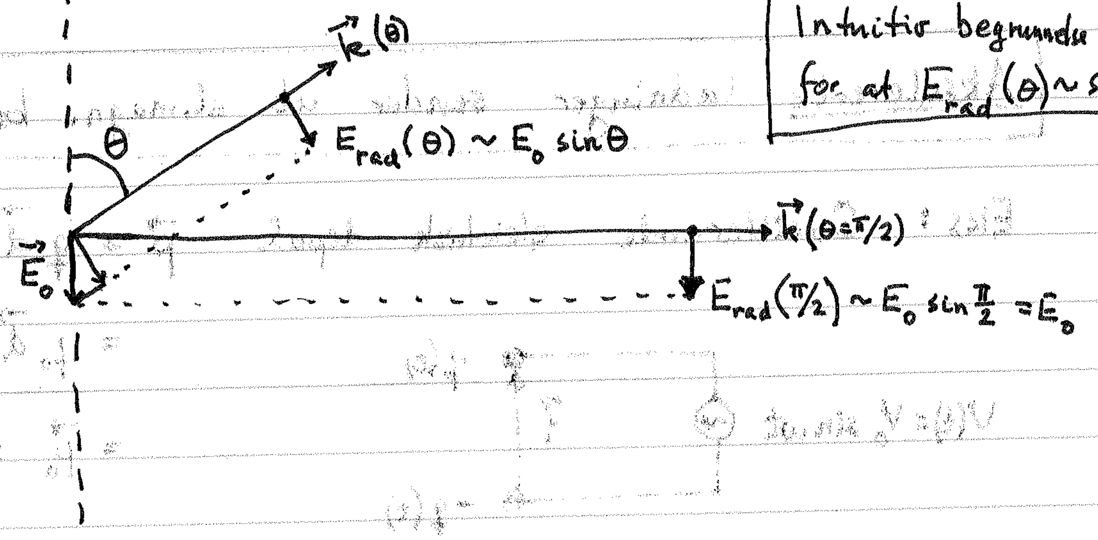
$\Rightarrow I(r) \sim 1/r^2 \Rightarrow E(r) \sim 1/r$ (langt unna)

(og $B(r) \sim 1/r$)

Hit 16.10.06

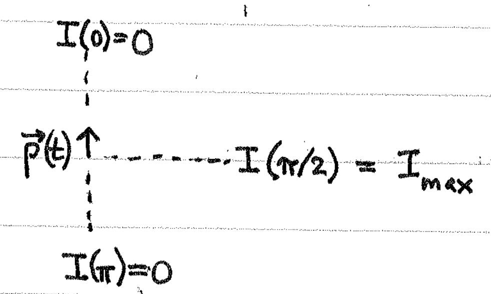
18.10.06

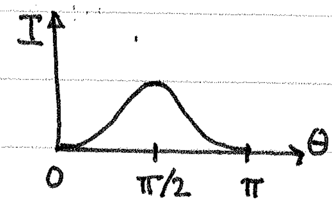
83B



Intuitiv begrunnelse for at $E_{rad}(\theta) \sim \sin\theta$

Vinkelfordeling: $E(\theta) \sim \sin\theta \quad \Rightarrow \quad I(\theta) \sim \sin^2\theta$
(langt unna)





Frekvensavhengighet:

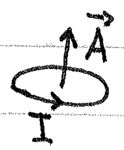
Maxwells lign. $\Rightarrow I \sim \langle \ddot{z} \rangle^2$; $\langle \ddot{z} \rangle$ = ladningenes midlere akselerasjon

$z(t) = z_0 \sin\omega t \quad \Rightarrow \quad \ddot{z}(t) = -\omega^2 z_0 \sin\omega t \quad \Rightarrow \quad \langle \ddot{z} \rangle \sim \omega^2$

$$\Rightarrow I \sim \omega^4$$

Utstrålt effekt: $\langle P \rangle = \dfrac{p_0^2\,\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3} \sim \omega^4$ (se f.eks. Griffiths) (Øving 8)

Tilsvarende for oscillerende magnetisk dipol:



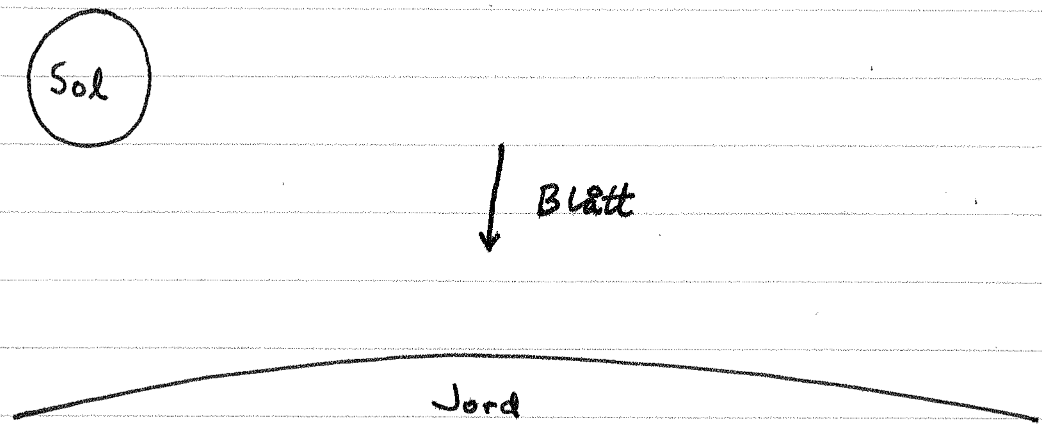
$\vec{m}(t) = I(t)\vec{A} = I_0 \vec{A} \sin\omega t = \vec{m}_0 \sin\omega t$

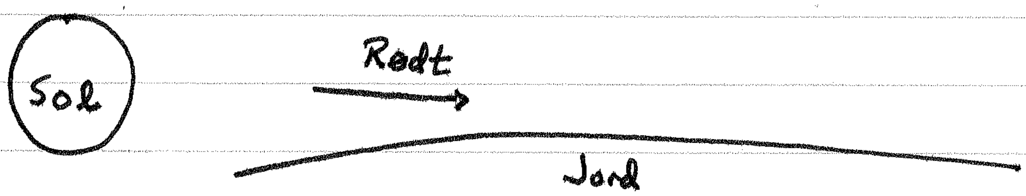
Utstrålt effekt: $\langle P \rangle = \dfrac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3} \sim \omega^4$ (se f.eks. Griffiths)

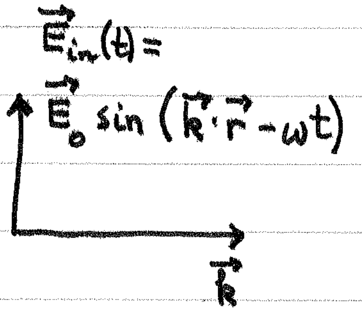
For atom-kjerner og atomer: $\langle P \rangle_{\text{elek.}} \gg \langle P \rangle_{\text{magn.}}$

For makroskopiske antenner: $\langle P \rangle_{\text{elek.}} \sim \langle P \rangle_{\text{magn.}}$

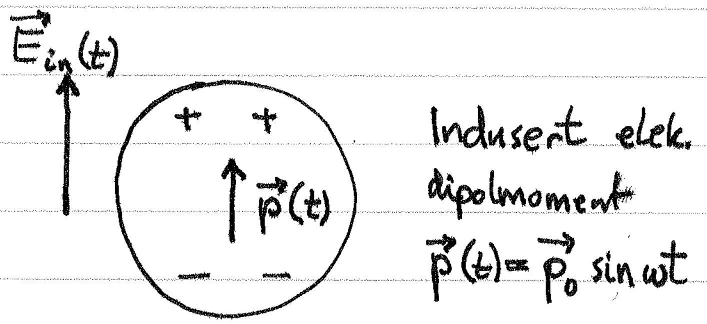
Blå himmel – rød solnedgang (LHL 30.7, TM 31.7)







Innkommende lys



Molekyl i atmosfæren

- e.m. energi absorberes av molekyler i atmosfæren
- molekylene blir induserte oscillerende dipoler $\vec{p}(t)$
- molekylene sender e.m. energi ut igjen

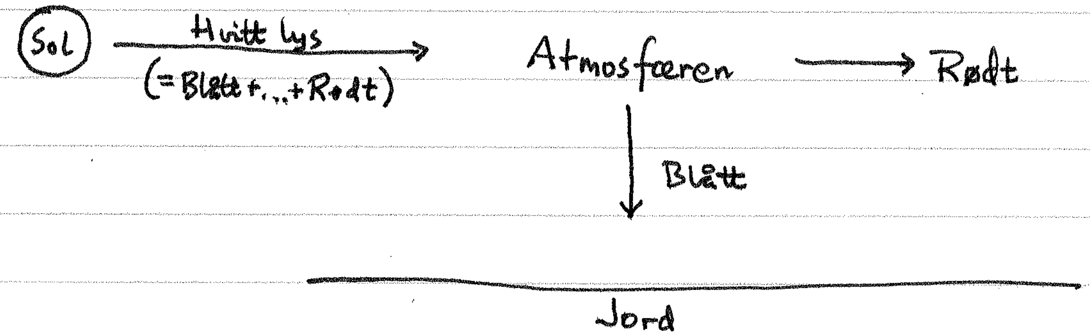
Totalt: e.m. bølger fra sola spres av atmosfæren

$$P(\omega) = \oint \vec{S} \cdot d\vec{A} \sim \omega^4$$

$\Rightarrow$ økende spredning for økende frekvens

Blått lys: $\lambda_B \sim 400$ nm Rødt lys: $\lambda_R \sim 700$ nm

$$\Rightarrow \frac{P(\text{blått})}{P(\text{rødt})} = \left(\frac{\omega_B}{\omega_R}\right)^4 = \left(\frac{\lambda_R}{\lambda_B}\right)^4 \sim \left(\frac{7}{4}\right)^4 \sim 10$$



Lav sol: