

TFY4165 Termisk fysikk Løsningsforslag 10. august 2023

1C) Temperatur er en intensiv størrelse.

2F) $N = pV/k_B T = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 0.001 / 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 243 = 3 \cdot 10^{22}$

3E) $N = nN_A = (1000/0.018) \cdot 6.02 \cdot 10^{23} = 3 \cdot 10^{28}$

4B) $dp/p = -(mg/R)dz/(T_0 - \alpha z)$. Etter integrasjon fra $p(0)$ til $p(z)$ på venstre side og fra $z = 0$ til z på høyre side finner vi

$$p(z) = p(0) \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{mg/R\alpha}.$$

Innsetting av tallverdiene $T_0 = 290$ K, $\alpha = 0.007$ K/m, $z = 7000$ m, $m = 0.029$ kg/mol, $g = 9.81$ m/s² og $R = 8.314$ J/mol K gir $p(7000) = 0.4$ atm.

Kommentar: I forelesningene brukte vi en konstant middeltemperatur 260 K. Det gir praktisk talt samme verdi for trykket 7 km over bakken.

5F) $\Delta L = \alpha_L L \Delta T = 14.2 \cdot 10^{-6} \cdot 111 \cdot 102 \text{ cm} = 0.16 \text{ cm}$. Det gir en lengde 111.16 cm

6A) $\Delta V/V = -\kappa_T \Delta p = 5 \cdot 10^{-10} \cdot 40 \cdot 10^5 = 0.0020$

7A) $W = \int p dV = - \int (nRT/p) dp$ siden $dV = -(nRT/p^2) dp$. Dermed, med $n = 1$: $W = -RT \ln(p_B/p_D) = -8.314 \cdot 263 \cdot \ln(1061/936) = -274$ J. (Negativt fortegn siden arbeid utføres på systemet.)

8E) Arbeid er en prosessvariabel, ikke en tilstandsfunksjon.

9C) $1 \text{ kcal/mol} = (4184/6.02 \cdot 10^{23}) \text{ J} = 6.95 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ (pr partikkel) mens $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV} = 2.176 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ (pr partikkel). Dermed er 1.0 kcal/mol det samme som 3.2 mRy pr partikkel.

10B) Arbeid utført pr syklus tilsvarer omsluttet areal i pV -diagrammet. Dette arealet kan deles inn i et kvadrat med størrelse $p_0 V_0$ i midten, med en trekant på hver side, hver med areal $p_0 V_0/2$. Totalt arbeid pr syklus er derfor $2p_0 V_0$.

11B) Lavest temperatur der pV er minimal, dvs $pV = 2p_0 V_0$. Dermed: $T_{\min} = 2p_0 V_0/nR = 2 \cdot 2.0 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-3} / (3.5 \cdot 8.314) \text{ K} = 344 \text{ K}$.

12D) Isentropisk utvidelse: $Q = 0$. 1. hovedsetning gir da $W = -\Delta U$. Her er $\gamma = C_p/C_V = 7/5$ som med $C_p - C_V = nR$ for n mol ideell gass gir $C_V = 5nR/2$. Dermed: $W = -C_V \Delta T = -5 \cdot R \cdot (-230) \text{ J} = 9.56 \text{ kJ}$

13D) Med ett mol enatomig gass: $H = U + pV = U + RT = (3/2)RT + RT = (5/2)RT$. Dermed er $\Delta H = 2.5R\Delta T = 4.16 \text{ kJ}$

14C) Ettersom $H = H(T)$ for ideell gass, er T konstant når H er konstant

15A) Tilført arbeid pr sekund er $W = 200 - 150 = 50$ J, slik at effektfaktoren er $\varepsilon_K = 150/50 = 3.0$

16E) Bruk av generelt uttrykk for dS i formelvedlegget gir for 3 mol ideell gass:

$$\Delta S = \frac{9R}{2} \ln(T_1/T_0) + 3R \ln(V_1/V_0).$$

Videre er $V_1/V_0 = T_1 p_0 / (T_0 p_1)$ slik at

$$\Delta S = \frac{9R}{2} \ln(340/280) + 3R \ln(340 \cdot 4.4 / 280 \cdot 3.3),$$

dvs $\Delta S = 19.3$ J/K

17A) Med konstant volum er $\Delta S_j = C \ln(T/T_j)$ for hver av de to blokkene. Her er T felles slutttemperatur 348 K, mens T_j er starttemperaturen til en gitt blokk. Total entropiendring er dermed

$$\Delta S = C \ln(348/298) + C \ln(348/398) = 0.02086C.$$

Med $C = 910 \cdot 1.60$ J/K blir dette 30.4 J/K.

18B) Ifølge Boltzmann: $\Omega_0 = 1$, $\Omega_3 = 10$, $(S_3 - S_0)/k_B = \ln 10 - \ln 1 = \ln 10 = 2.30$

19D) $P_{50}/P_{25} = \Omega_{50}/\Omega_{25} = 25!75!/50!50!$. Vi tar logaritmen til dette uttrykket, bruker Stirlings formel og får $25 \ln 25 + 75 \ln 75 - 100 \ln 50 = 13.0812$. Dermed er $P_{50}/P_{25} = \exp(13.0812) = 4.8 \cdot 10^5$

20F) $V/N = k_B T / p = 41.12$ nm³, slik at $L = (V/N)^{1/3} = 3.45$ nm

21E) $\langle K_{\text{trans}} \rangle = (3/2)k_B T$ uavhengig av massen

22D) $v_{\text{rms}} = \sqrt{3k_B T / m}$, dermed $\sqrt{28/32} = 0.94$

23F) $pV \rightarrow 2p \cdot 3V = 6pV$ gir at $T \rightarrow 6T$

24A) $RT_0 = (a/100b^2 + a/100b^2) \cdot 9b = 9a/50b = 72a/400b$,
 $RT_1 = (a/50b^2 + a/400b^2) \cdot 19b = 171a/400b$, dvs $\Delta T = T_1 - T_0 = 99a/400Rb$.

25C) $p = RT/V = (8.314 \cdot 273 / 1.388 \cdot 10^{-3})$ Pa = 16.4 bar

26C) $p = RT/(V - b) - a/V^2 = 12.8$ bar

27A) Væskevolumet V_v må være større enn b . Videre er kritisk volum $V_c = 3b$ større enn det V_v er ved en lavere temperatur enn T_c . Dvs $b < V_v < V_c$, og dermed er 0.135 L eneste mulige riktige svar.

28D) $T_c = 8a/27Rb = 356$ K

29F) $v_{\text{rms}} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 273 / 0.044} = 393$ m/s

30E) $C_V = N \cdot R/2$, dvs $N = 2C_V/R = 14.6 \simeq 15$

31E)

$$p(273) = p(231) \cdot \exp((19000/8.314) \cdot (1/231 - 1/273)) = 4.6 \text{ bar.}$$

32D) Fra formelvedlegget er van der Waals inversjonskurven bestemt av $\tilde{p} = -3t^2 + 4t - 1$. Her er $\tilde{p} = pb^2/a$ og $t = \sqrt{RbT/2a}$. Innsetting av $T = 273 \text{ K}$ og oppgitte verdier for a og b gir $t = \sqrt{RbT/2a} = 0.336877$ og $\tilde{p} = 0.00705$, og dermed et inversjonstrykk $p = \tilde{p}a/b^2 = 7.8 \text{ bar}$. Med andre ord, propan vil gi avkjøling ved 5 bar.

33E) Fra $dF = -pdV - SdT$ følger at

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T ; \quad S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V.$$

Derav følger at

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

34A) $P_n = e^{-n}/Z$ og $Z = 1/e + 1/e^2 + 1/e^3 + 1/e^4 = 0.5713$. Dermed er $P_4 = 0.032 = 3.2\%$.

35E) Med $k_B T \gg E_0$ er de fire tilstandene like sannsynlige. Midlere energi pr partikkel er da $2.5E_0$.

36C) Med gitte antagelser er det $720/18 = 40 \text{ mol H}_2\text{O}$ pr kg Dødehavsvann, og det er $280/58.45 = 4.79 \text{ mol NaCl}$. Og dermed 9.58 mol med ioner i alt. Molbrøken av tilsatt stoff er da $x_s = 9.58/49.58 = 0.193$. Frysepunktet er dermed nedsatt med $\Delta T = RT_0^2 x_s / l = (8.314 \cdot 273^2 \cdot 0.193 / 6.0 \cdot 10^3) \text{ K} = 20 \text{ K}$, så det blir is på overflaten ved 20 kuldegrader.

37A)

$$\phi = 90\% \cdot \exp((51000/8.314)(1/273 - 1/253) - (45000/8.314)(1/273 - 1/298)) = 3\%$$

38B) Stasjonær varmestrøm når $\sigma(T_3^4 - T_2^4) = \sigma(T_2^4 - T_1^4)$, dvs $T_2 = [0.5(T_1^4 + T_3^4)]^{1/4} = 759 \text{ K}$

39B) Seriekobling av tre varmemotstander. Fouriers lov på samme form som Ohms lov: $\Delta T = R \cdot P$. Dermed:

$$P = (295 - 263) / (0.150/0.037 + 0.012/0.048 + 0.012/0.13) = 7.3 \text{ W}$$

40E) Det er $6^2 = 36$ mulige veier, hvorav 6 gir $r = 0$, 6 gir $r = 2a$, 12 gir $r = a$ og 12 gir $r = \sqrt{3}a$. Rms-avstanden er dermed $\sqrt{(1/6) \cdot 0 + (1/6) \cdot (2a)^2 + (1/3) \cdot a^2 + (1/3) \cdot (\sqrt{3}a)^2} = \sqrt{2}a$, som med $a = 50 \text{ cm}$ blir 71 cm . (Det samme som på det kvadratiske gitteret gitt til ordinær eksamen!)