

TFY4165 Termisk fysikk Løsningsforslag 18. desember 2024

1C) Gibbs fri energi er en ekstensiv størrelse.

2E) $\rho = M/V = m \cdot n/V = m \cdot p/RT = 0.0288 \cdot 10^5 / (8.314 \cdot 740) \text{ kg/m}^3 = 0.47 \text{ kg/m}^3$

3F) $\rho = M/V = m \cdot n/V = m \cdot p/RT = 0.04344 \cdot 93 \cdot 10^5 / (8.314 \cdot 740) \text{ kg/m}^3 = 66 \text{ kg/m}^3$

4C) $B = 1/\kappa_T = -V(\partial p/\partial V)_T = p = 1 \text{ bar}$

5A) $B = 0$ da $(\partial p/\partial V)_T = 0$ for et van der Waals-fluid i kritisk punkt

6F) Gassen utvider seg isotermt ved 900 K slik at volumet tredobles. Da er ($n = 1$) $W = RT \ln 3 = 8.314 \cdot 900 \ln 3 \text{ J} = 8.22 \text{ kJ}$

7D) Trykket etter utvidelsen er $p_2 = (V_1/V_2)^\gamma p_1 = (10/36)^{1.4} \cdot 2.5 \text{ bar} = 0.416 \text{ bar}$. Vi bruker $pV^\gamma = p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ og finner (med $j = 1$ og $j = 2$ ved innsetting av hhv nedre og øvre integrasjonsgrense):

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \left| \frac{V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma} p_j V_j^\gamma \right|_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{2.5 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 0.416 \cdot 10^5 \cdot 36 \cdot 10^{-3}}{0.4} \text{ J} = 2.5 \text{ kJ}$$

8D) $n = pV/RT = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / (8.314 \cdot 321) \text{ mol} = 0.075 \text{ mol}$

9C) $p = p_0(V_0/V_1)^\gamma = 1.0 \cdot 0.5^{5/3} \text{ bar} = 0.31 \text{ bar}$

10E) $T = T_0(V_0/V_1)^{\gamma-1} = 321 \cdot 0.5^{2/3} \text{ K} = 202 \text{ K}$. (Sjekk, via 8 og 9: $T = 0.3150 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} / 0.07494 \cdot 8.314 \text{ K} = 202 \text{ K}$.)

11F) $\varepsilon_K = |Q_L/W| = C\Delta T_L/P\Delta t = 4.2 \cdot 4000 \cdot 9/105 \cdot 840 = 1.7$

12D) $\varepsilon_V = |Q_H/W| = C\Delta T_K/P\Delta t = 4.2 \cdot 4000 \cdot 15/105 \cdot 840 = 2.9$

13D) Isokor prosess: $\Delta V = 0$ slik at $W = 0$; dvs $W_{23} = W_{41} = 0$. Videre er utført arbeid av gassen positivt når $\Delta V > 0$, slik at $W_{34} > 0$ og $W_{12} < 0$.

14F) Adiabatisk prosess: $Q = 0$ slik at $Q_{12} = Q_{34} = 0$. Temperaturen øker fra 2 til 3; da øker indre energi, noe som krever tilførsel av varme, dvs $Q_{23} > 0$. Omvendt er $Q_{41} < 0$.

15D) Siden $U = U(T)$, er fortegnet på ΔU det samme som for ΔT . Da følger det at $\Delta U_{23} > 0$ og $\Delta U_{41} < 0$. Siden $Q = 0$ i en adiabatisk prosess, gir 1. lov $\Delta U = -W$, dvs positivt arbeid W gir $\Delta U < 0$ da energien må tas fra gassens indre energi. Følgelig er $\Delta U_{34} < 0$ og $\Delta U_{12} > 0$.

16A) Den termodynamiske identitet (1. lov for reversible prosesser) for en isokor prosess, $dV = 0$, er $TdS = dU$, dvs $dS = dU/T$, som med $U(T) = 5nRT/2$ blir $dS = 5nRdT/2T$. Dermed (med $n = 1$ mol):

$$\Delta S_{23} = \frac{5R}{2} \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = \frac{5R}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{5R}{2} \ln \frac{12}{5} = 18.2 \text{ J/K}.$$

17F) Vi har for den adiabatisk utvidelsen $p_3 V_2^\gamma = p_4 V_1^\gamma$, og med $p_4 = p_2$ er da $\kappa^\gamma = p_3/p_2$. Videre, siden dette er en ideell gass, og prosessen fra 2 til 3 er en isokor: $p_3/p_2 = T_3/T_2$. Dermed:

$$\kappa = (T_3/T_2)^{1/\gamma} = (12/5)^{5/7} = 1.87.$$

18F) $P_{190}/P_{200} = \Omega_{190}/\Omega_{200} = 200!200!/190!210!$. Vi tar logaritmen til dette uttrykket, bruker Stirlings formel og får

$$\ln[P_{190}/P_{200}] = 200 \ln 200 + 200 \ln 200 - 190 \ln 190 - 210 \ln 210 = -0.5002.$$

Dermed er $P_{190}/P_{200} = \exp(-0.5) \simeq 0.6$.

(Bredden ΔN på sannsynlighetsfordelingen er av størrelsesorden $\sqrt{N}$, den relative bredden er $\Delta N/N \simeq 1/\sqrt{N}$.)

19E) $P/A = \sigma T^4$ med $P = 1.45 \cdot 10^{32}$ W, $A = 4\pi R^2 = 1.665 \cdot 10^{18}$ m² og $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴ gir $T \simeq 2 \cdot 10^5$ K.

20B) $P/A = \sigma T^4$ med $P = 4.86 \cdot 10^{27}$ W, $A = 4\pi R^2 = 1.601 \cdot 10^{20}$ m² og $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴ gir $T = 4811$ K, og dermed et maksimum i bølgelengdefordelingen ved $\lambda = 2.898$ mm K/(4811 K) $\simeq 600$ nm.

21E) $dF = dU - TdS - SdT = -pdV - SdT$ slik at $S = -(\partial F/\partial T)_V$, som med $F = -k_B T \ln Z$ gir $S = k_B [\ln Z + T (\partial \ln Z/\partial T)_V]$

22B) $dF = dU - TdS - SdT = -pdV - SdT$ slik at $p = -(\partial F/\partial V)_T$, som med $F = -k_B T \ln Z$ gir $p = k_B T (\partial \ln Z/\partial V)_T$

23F) $pV \rightarrow (p/2) \cdot V = pV/2$ gir at T endres til $T/2$

24E) $RT_1 = (a/50b^2 + a/100b^2) \cdot (9b) = 27a/100b$,
 $RT_2 = (a/100b^2 + a/100b^2) \cdot (9b) = 18a/100b$, dvs $T \rightarrow 2T/3$.

25D) $p = RT/V = (8.314 \cdot 277/14 \cdot 10^{-3})$ Pa = 1.64 bar

26B) $p = RT/(V - b) - a/V^2 = 1.59$ bar

27A) $T = [(V - b)/R] \cdot (p + a/V^2) = 319$ K

28C) $T_c = 8a/27Rb = 408$ K

29B) $v_{\text{rms}} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 277/0.05812} = 345$ m/s

30C) $C_V = C_p - R = f \cdot R/2$, dvs $f = 2C_V/R = 2 \cdot (95.21 - 8.314)/8.314 = 20.9 \simeq 21$

31D)

$$p(113.55) = p(261.45) \cdot \exp((25000/8.314) \cdot (1/261.45 - 1/113.55)) = 31 \text{ mPa}$$

(Eksperimentell verdi er 19 mPa.)

32A) Fra formelvedlegget er van der Waals inversjonskurven bestemt av $\tilde{p} = -3\tilde{t} + 4\sqrt{\tilde{t}} - 1$. Her er $\tilde{p} = pb^2/a$ og $\tilde{t} = RbT/2a$. Innsetting av $T = 310$ K og oppgitte verdier for a og b gir $\tilde{t} = 8.314 \cdot 0.1164 \cdot 10^{-3} \cdot 310 / (2 \cdot 1.332) = 0.1126$ og dermed

$$p = \tilde{p}a/b^2 = [1.332/(0.1164 \cdot 10^{-3})^2] \cdot (-3 \cdot 0.1126 + 4\sqrt{0.1126} - 1) \text{ Pa} = 4.4 \text{ bar}.$$

I virkeligheten er nok inversjonstrykket for isobutan noe større ved denne temperaturen, for vi er jo avhengige av en positiv Joule-Thomson-koeffisient ved et større trykk og en betydelig lavere temperatur.

33E) $P = 4\pi\kappa(T_2 - T_1)/(1/r_2 - 1/r_1) = 25 \text{ W}$.

34A) $P = jA = \sigma AT^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0.100^2 \cdot 275^4 \text{ W} = 10.2 \text{ W}$.

35B) Seriekobling av tre varmemotstander. Fouriers lov på samme form som Ohms lov: $\Delta T = R \cdot P$. Dermed:

$$P = (2.40 \cdot 3.50) \cdot 9 / (0.100/0.035 + 2 \cdot 0.0125/0.25) = 26 \text{ W}$$

36A) $P_n = e^{-n}/Z$ og $Z = 1/e + 1/e^2 + 1/e^3 + 1/e^4 = 0.5713$. Dermed er $P_1 = 0.6439$, $P_2 = 0.2369$, $P_3 = 0.0871$ og $P_4 = 0.0321$, slik at

$$\langle E \rangle = \sum_{n=1}^4 E_n P_n = 1.5 E_0$$

37C) Med $k_B T \gg E_0$ er de fire tilstandene like sannsynlige. Midlere energi pr partikkel er da $2.5 E_0$.

38B)

$$\phi = \exp((51000/8.314)(1/273 - 1/248) - (45000/8.314)(1/273 - 1/298)) = 2\%$$

39E) Tilfeldige retninger upåvirket av tidligere steg gir $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{300} \cdot 50 \text{ cm} = 866 \text{ cm}$. Andre svar er ikke mulige; alle steg i samme retning gir maksimalavstand 150 m.

40A) Egget har ligget i vann og opplevd osmose. Bildet til høyre viser brødrene Osmond, et populært orkester på 1970-tallet, syntes mange.