TFY4165 Termisk fysikk Løsningsforslag 5. august 2025

1A) Entalpi er en ekstensiv størrelse.

2F) $\rho = M/V = m \cdot n/V = m \cdot p/RT = 0.0288 \cdot 10^5/(8.314 \cdot 240)\ \text{kg/m}^3 = 1.44\ \text{kg/m}^3$

3E) Molar masse: $m = (0.10 \cdot 0.004 + 0.90 \cdot 0.002)$ g/mol $= 0.0022$ g/mol. $\rho = M/V = m \cdot n/V = m \cdot p/RT = 0.0022 \cdot 4.5 \cdot 10^5/(8.314 \cdot 88)\ \text{kg/m}^3 = 1.35\ \text{kg/m}^3$

4B) $\kappa_T = -(\partial V/\partial p)_T/V = 1/p = 1/4.5 \cdot 10^5\ \text{Pa}^{-1} = 2.22 \cdot 10^{-6}\ \text{Pa}^{-1}$

5C) $\alpha_p = (\partial p/\partial T)_V/p = 1/T = 1/88\ \text{K}^{-1} = 11.4 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$

6D) Startvolum: $V_0 = RT_0/p_0 = 8.314$ L. Isobart arbeid ved utvidelse til volum $V_1 = 2V_0 = 16.628$ L: $W_p = p_0 \Delta V = 3.00 \cdot 10^5 \cdot 8.314 \cdot 10^{-3}$ J $= 2494$ J. Isoterm utvidelse til sluttvolum $V_2 = 3V_1 = 49.884$ L. Arbeid ved isoterm utvidelse ved temperatur 600 K: $W_T = RT \ln 3 = 8.314 \cdot 600 \ln 3$ J $= 5480$ J. Totalt utført arbeid: $W = W_p + W_T = 7.97$ kJ.

7C) Trykket etter utvidelsen er $p_2 = (V_1/V_2)^\gamma p_1 = (75/750)^{1.35} \cdot 25$ bar $= 1.1167$ bar. Vi bruker $pV^\gamma = p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ og finner (med $j = 1$ og $j = 2$ ved innsetting av hhv nedre og øvre integrasjonsgrense):

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = \Big|_{V_1}^{V_2} \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} p_j V_j^\gamma = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{25 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 10^{-6} - 1.1167 \cdot 10^5 \cdot 750 \cdot 10^{-6}}{0.35}\ \text{J} = 296\ \text{J}$$

8A) $n = pV/RT = 6.5 \cdot 10^5 \cdot 0.15 \cdot 10^{-3}/(8.314 \cdot 373)$ mol $= 0.031$ mol

9D) $p = p_0(V_0/V_1)^\gamma = 6.5 \cdot (1/6)^{1.35}$ bar $= 0.58$ bar

10B) $T = T_0(V_0/V_1)^{\gamma-1} = 373 \cdot 0(1/6)^{0.35}$ K $= 199$ K. (Sjekk, via 8 og 9: $T = 0.58 \cdot 10^5 \cdot 0.90 \cdot 10^{-3}/0.031 \cdot 8.314$ K $= 199$ K.)

11B) $\varepsilon_K = |Q_L/W| = C\Delta T_L/P\Delta t = 4.2 \cdot 2250 \cdot 10/85 \cdot 1200 = 0.93$

12F) $\varepsilon_V = |Q_H/W| = C\Delta T_K/P\Delta t = 4.2 \cdot 2250 \cdot 18/85 \cdot 1200 = 1.67$

13D) Isokor prosess: $\Delta V = 0$ slik at $W = 0$; dvs $W_{23} = W_{41} = 0$. Videre er utført arbeid *av* gassen positivt når $\Delta V > 0$, slik at $W_{34} > 0$ og $W_{12} < 0$.

14F) Adiabatisk prosess: $Q = 0$ slik at $Q_{12} = Q_{34} = 0$. Temperaturen øker fra 2 til 3; da øker indre energi, noe som krever tilførsel av varme, dvs $Q_{23} > 0$. Omvendt er $Q_{41} < 0$.

15D) Siden $U = U(T)$, er fortegnet på ΔU det samme som for ΔT. Da følger det at $\Delta U_{23} > 0$ og $\Delta U_{41} < 0$. Siden $Q = 0$ i en adiabatisk prosess, gir 1. lov $\Delta U = -W$, dvs positivt arbeid W gir $\Delta U < 0$ da energien må tas fra gassens indre energi. Følgelig er $\Delta U_{34} < 0$ og $\Delta U_{12} > 0$.

16B) Den termodynamiske identitet (1. lov for reversible prosesser) for en isokor prosess, $dV = 0$, er $TdS = dU$, dvs $dS = dU/T$, som med $U(T) = 5nRT/2$ blir $dS = 5nRdT/2T$. Dermed (med $n = 1$

mol):

$$\Delta S_{23} = \frac{5R}{2}\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT}{T} = \frac{5R}{2}\ln\frac{T_3}{T_2} = \frac{5R}{2}\ln\frac{1200}{373} = 24.3 \text{ J/K}.$$

17E) Vi har for den adiabatiske utvidelsen $p_3V_2^\gamma = p_4V_1^\gamma$, og med $p_4 = p_2$ er da $\kappa^\gamma = p_3/p_2$. Videre, siden dette er en ideell gass, og prosessen fra 2 til 3 er en isokor: $p_3/p_2 = T_3/T_2$. Dermed:

$$\kappa = (T_3/T_2)^{1/\gamma} = (1200/373)^{5/7} = 2.30.$$

18E) $P_{40}/P_{50} = \Omega_{40}/\Omega_{50} = 50!50!/40!60! = 0.136$. (Eller med bruk av Stirlings formel:

$$\ln[P_{40}/P_{50}] = 2\cdot 50\ln 50 - 40\ln 40 - 60\ln 60 = -2.01355.$$

Dermed er $P_{40}/P_{50} = \exp(-2.01355) = 0.134$.
(Bredden ΔN på sannsynlighetsfordelingen er av størrelsesorden $\sqrt{N}$, den relative bredden er dermed $\Delta N/N \simeq 1/\sqrt{N}$.)

19A) $P/A = \sigma T^4$ med $P = 150$ W, $A = 4\pi R^2 = 0.2827$ m^2 og $\sigma = 5.67\cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 gir $T = 311$ K.

20A) $P/A = \sigma T^4$ med $P = 0.150$ W, $A = 4\pi R^2 = 0.002827$ m^2 og $\sigma = 5.67\cdot 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 gir $T = 174.9$ K, og dermed et maksimum i bølgelengdefordelingen ved $\lambda = 2898$ μm K/(174.9 K) = 16.6 μm.

21E) $dF = dU - TdS - SdT = -pdV - SdT$ slik at $S = -(\partial F/\partial T)_V$, som med $F = -k_BT\ln Z$ gir $S = k_B\left[\ln Z + T\left(\partial \ln Z/\partial T\right)_V\right]$

22B) $dF = dU - TdS - SdT = -pdV - SdT$ slik at $p = -(\partial F/\partial V)_T$, som med $F = -k_BT\ln Z$ gir $p = k_BT\left(\partial \ln Z/\partial V\right)_T$

23F) $pV \to (p/2)\cdot(V/2) = pV/4$ gir at T endres til $T/4$

24C) $RT_1 = (a/100b^2 + a/100b^2)\cdot(9b) = 18a/100b$,
$RT_2 = (a/50b^2 + a/100b^2)\cdot(9b) = 27a/100b$, dvs $T \to 3T/2$.

25D) $p = RT/V = (8.314\cdot 288/12.5\cdot 10^{-3})$ Pa $= 1.92$ bar

26D) $p = RT/(V-b) - a/V^2 = 1.90$ bar

27B) $T = [(V-b)/R]\cdot(p + a/V^2) = 298$ K

28A) $T_c = 8a/27Rb = 301$ K

29E) $p_c = a/27b^2 = 73$ bar

30B) $C_V = C_p - R = f\cdot R/2$, dvs $f = 2(C_p - R)/R = 2\cdot(37.12 - 8.314)/8.314 = 6.9 \simeq 7$

31C)

$$p(216.59) = p(194.65)\cdot\exp((25700/8.314)\cdot(1/194.65 - 1/216.59)) = 5.00 \text{ bar}$$

(Eksperimentell verdi er 5.18 bar.)

32F) Fra formelvedlegget er van der Waals inversjonskurven bestemt av $\tilde{p} = -3\tilde{t} + 4\sqrt{\tilde{t}} - 1$. Her er $\tilde{p} = pb^2/a$ og $\tilde{t} = RbT/2a$. Innsetting av $T = 293$ K og oppgitte verdier for a og b gir $\tilde{t} = 8.314 \cdot 0.04267 \cdot 10^{-3} \cdot 293/(2 \cdot 0.36) = 0.144367$ og dermed

$$p = \tilde{p}a/b^2 = [0.36/(0.04267 \cdot 10^{-3})^2] \cdot (-3 \cdot 0.144367 + 4\sqrt{0.144367} - 1) \text{ Pa} = 171 \text{ bar}.$$

Det høres lovende ut: Lavere trykk enn dette, ved 293 K, vil da gi avkjøling.

33F) $P = 4\pi\kappa(T_2 - T_1)/(1/r_2 - 1/r_1)$ som med tallverdiene $T_2 - T_1 = 30$ K, $\kappa = 0.075$ W/K m, $r_2 = 0.15$ m og $r_1 = 0.20$ m gir $P = 17$ W.

34C) $P/L = 2\pi\kappa(T_2 - T_1)/\ln(r_1/r_2)$ som med tallverdiene $T_2 - T_1 = 30$ K, $\kappa = 0.075$ W/K m, $r_2 = 0.15$ m og $r_1 = 0.20$ m gir $P = 49$ W/m.

35E) Seriekobling av tre varmemotstander. Fouriers lov på samme form som Ohms lov: $\Delta T = R \cdot P$. Dermed:
$P = (2.40 \cdot 2.70) \cdot 6/(0.200/0.035 + 2 \cdot 0.015/0.25) = 6.7$ W

36A) $P_n = e^{-n^2}/Z$ og $Z = 1/e + 1/e^4 + 1/e^9 + 1/e^{16} \simeq 0.3863$. Dermed er $P_1 = 0.9523$, $P_2 = 0.0474$, $P_3 = 0.00032$ og $P_4 = 2.9 \cdot 10^{-7}$, slik at

$$\langle E \rangle = \sum_{n=1}^{4} E_n P_n = 1.14 E_0$$

37C) Med $k_B T \gg E_0$ er de fire tilstandene omtrent like sannsynlige. Midlere energi pr partikkel er da $(E_0 + 4E_0 + 9E_0 + 16E_0)/4 = 30E_0/4 = 7.5E_0$.

38C)

$$\phi = \exp((51000/8.314)(1/273 - 1/258) - (45000/8.314)(1/273 - 1/295)) = 6\%$$

39C) Gass og fast stoff.

40B) Fordamping.