

Oppgave 1

a) Den termodynamiske identitet, $TdS = dU + pdV$, kombinert med $G = U - TS + pV$, dvs $dG = dU - TdS - SdT + pdV + Vdp$, gir $dG = -SdT + Vdp$, som betyr at $-S = (\partial G / \partial T)_p$ og $V = (\partial G / \partial p)_T$. Derivasjon av $-S$ mhp p , derivasjon av V mhp T og likhet mellom de to resulterende andrederiverte av G på høyre side viser at

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

b) Arbeid utført på kobberblokken:

$$\begin{aligned} W &= -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -\int_{p_1}^{p_2} p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp \\ &= \kappa_T V \int_{p_1}^{p_2} p dp = \frac{1}{2} \kappa_T V (p_2^2 - p_1^2). \end{aligned}$$

Med tallverdier gitt i oppgaveteksten gir dette

$$W = 0.5 \cdot 0.721 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-6} \cdot (1300^2 - 1^2) \cdot 10^{10} \text{ J} = 0.061 \text{ J}.$$

c) Med resultatet fra punkt a) og med $(\partial V / \partial T)_p$ antatt konstant:

$$dS = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp = -\alpha_V V dp.$$

Integrasjon på begge sider, med V (tilnærmet) konstant, gir entropiendringen

$$\Delta S = S_2 - S_1 = -\alpha_V V (p_2 - p_1),$$

som med oppgitte tallverdier blir

$$\Delta S = -50.4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6} \cdot 1299 \cdot 10^5 = -6.55 \text{ mJ/K}.$$

Endringen i indre energi er

$$\Delta U = Q + W = T \Delta S + W = -0.59 \text{ J}.$$

(Volumendringen: Med $dV = -\kappa_T V dp$ og $V \simeq$ konstant er $\Delta V \simeq -\kappa_T V (p_2 - p_1) \simeq -0.001 \text{ cm}^3$.)

Oppgave 2

Helmholtz fri energi er $F = U - TS$, slik at

$$dF = dU - TdS - SdT = -pdV - SdT + \mu dN,$$

som viser at

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,T}.$$

Entalpien er $H = U + pV$, slik at

$$dH = dU + pdV + Vdp = TdS + Vdp + \mu dN,$$

som viser at

$$\mu = \left(\frac{\partial H}{\partial N}\right)_{S,p}.$$

Oppgave 3

a) Den termodynamiske identitet, med pdV -arbeid:

$$dU = TdS - pdV.$$

Gibbs fri energi er $G = U + pV - TS$, som kombinert med den termodynamiske identitet gir

$$dG = -SdT + Vdp.$$

Vi erstatter p med $\mu_0 H$ og V med $-M$ og får

$$dG = -SdT - \mu_0 M dH$$

for et magnetisk system.

b) Clapeyrons ligning med pdV -arbeid:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}.$$

Vi erstatter p med $\mu_0 H$ og V med $-M$ og får

$$\mu_0 \frac{dH}{dT} = -\frac{\Delta S}{\Delta M},$$

dvs

$$\Delta S = -\mu_0 \Delta M \frac{dH}{dT}$$

for et magnetisk system.

c) Koeksistenslinjen er horisontal, dvs $dH/dT = 0$, slik at $\Delta S = 0$ når det ytre feltet endres fra $H < 0$ til $H > 0$. Dette er rimelig: Når hystereseeffekter neglisjeres, vil alle spinn peke ned i fase 1 når $H < 0$, og alle spinn vil peke opp i fase 2 når $H > 0$. Begge faser er akkurat like "ordnet" og må av den grunn ha like stor entropi.

d) Siden $M_2 = 0$, er $\Delta M = -M_1$. Og siden $B_1 = 0$, er $M_1 = -VH$. Entropiendringen ved faseovergangen blir dermed

$$\Delta S = S_2 - S_1 = -\mu_0 V H \frac{dH}{dT}.$$

Nær $T = 0$ er koeksistenslinjen horisontal, dvs $dH/dT = 0$, slik at $S_2 = S_1$. I null ytre felt, $H = 0$, blir også $S_2 = S_1$. Men dersom faseovergangen krysses med et ytre magnetfelt til stede ($0 < H < H_c$), ser vi at koeksistenslinjen har negativ helning, $dH/dT < 0$, slik at $S_2 > S_1$. Med andre ord, den superledende fasen er mer ordnet enn den normale metalliske fasen. Denne konklusjonen kan vi trekke på bakgrunn av klassisk termodynamikk, supplert med det (eksperimentelle) faktum at materialet er en perfekt diamagnet i den superledende fasen (Meissnereffekten, $B = 0$). En mikroskopisk forståelse krever selvsagt en mikroskopisk modell, og den kom i 1957 – den såkalte BCS-teorien [J. Bardeen, L. N. Cooper og J. R. Schrieffer, Phys Rev **106**, 162 (1957) og **108**, 1175 (1957).]

Med $\Delta S = 0$ i null ytre magnetfelt forsvinner også den latente varmen, $L = \Delta S/T_c = 0$. Med $H = 0$ blir det heller ingen endring i magnetisering, $\Delta M = M_2 - M_1 = 0 - 0 = 0$. Faseovergangen er såkalt *kontinuerlig*. Med $H > 0$, derimot, har vi et "sprang" i både S og M , og en såkalt *første ordens* faseovergang.