

Varmetransport

Mekanismer for varmeoverføring:

- Stråling
- Varmeledning
- Konveksjon

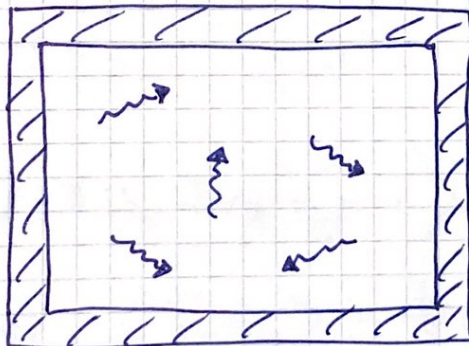
Alle skyldes temperaturforskjeller.

6.1, 9.9 Stråling

[LHL 18.4; YF 17.7]

Akselererte ladninger emitterer elektromagnetiske (EM) bølger, ifølge Maxwells ligninger (se TFY 4240).

Et hulrom, i termisk likevekt med beholderveggene, fylles derfor med EM energi, i form av fotoner:



$$u(T) = U/V$$

= strålingsenergi
pr volumenhet

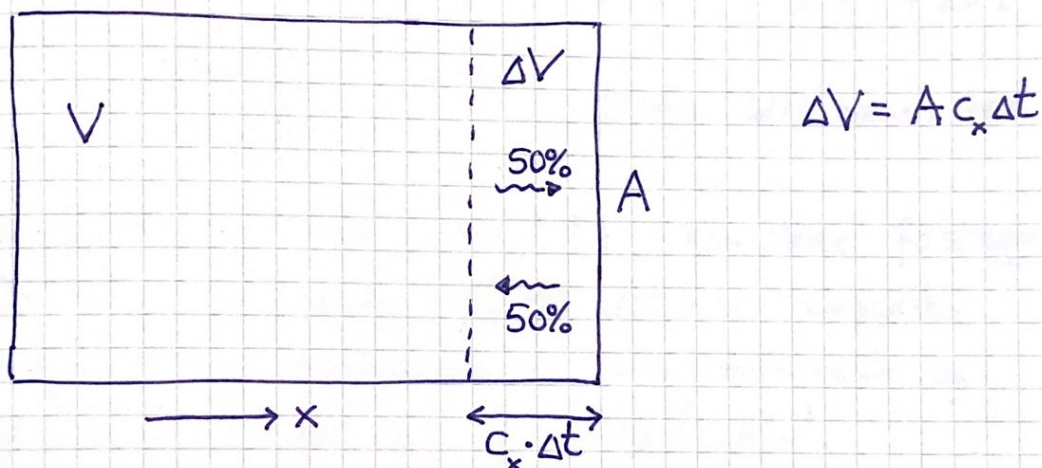
Fotonene kolliderer med veggene og utøver et strålingstrykk p .

Termodynamikk:

Anta at vi befinner oss på slutten av 1800-tallet, uten kjennskap til Plancks kvantehypotese, fotoner etc.

Men, fra Maxwells ligninger for klassisk elektrodynamikk er det kjent at EM stråling bærer med seg en impuls $\vec{P}$ pr volumenhett, og at energien pr volumenhett er $u = \vec{P} \cdot \vec{c} = P \cdot c$ (da $\vec{P} \parallel \vec{c}$).

Med samme argumentasjon som for en gass med massive partikler kan vi finne et uttrykk for strålingstrykket p mot hulrommets vegger:



$$p = \left\langle \frac{\Delta P_x}{A \cdot \Delta t} \right\rangle = \left\langle \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 P_x \cdot \Delta V}{A \Delta t} \right\rangle = \langle P_x c_x \rangle$$

Pga isotropi er $\langle P_x c_x \rangle = \frac{1}{3} \langle P \cdot c \rangle$,

og siden $u = \langle P \cdot c \rangle$:

$$p = \frac{1}{3} u$$

[Med kjennskap til masseløse fotoner, samt Einsteins spesielle rel. teori: $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (Pc)^2} \stackrel{m=0}{=} P \cdot c$
Gir samme resultat, $p = u/3$.]

Stefan-Boltzmanns lov følger nå av PCH4.18:

(105)

Herer: $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial V} \{ u(T) \cdot V \} = u(T)$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{3} \frac{\partial u(T)}{\partial T} = \frac{1}{3} \frac{du}{dT}$$

Dermed: $u = T \cdot \frac{1}{3} \frac{du}{dT} - \frac{1}{3} u$

$$\Rightarrow 4u = T \frac{du}{dT}$$

$$\Rightarrow \frac{du}{u} = 4 \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow \ln u = 4 \ln T + \text{konst.} = \ln T^4 + \text{konst.}$$

$$\Rightarrow \boxed{u(T) = \alpha T^4} \quad \text{Stefan-Boltzmanns lov}$$

Konstanten α (en "detalj"!) kan ikke fastlegges med termodynamikk. (Må bestemmes empirisk, eller med kvantemekanikk.) Kvantemekanikk og statistisk mekanikk gir $\alpha = \pi^2 k_B^4 / 15 \hbar^3 c^3$.

Fra før har vi Maxwell-relasjonen

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

som her gir

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{3} u \right) = \frac{4}{3} \alpha T^3$$

Entropien er ekstensiv (mengdeproporsjonal), dvs proporsjonal med volumet V

$$\Rightarrow S(V, T) = \frac{4}{3} \alpha V T^3$$

$$\Rightarrow VT^3 = \text{konstant} \quad \text{for en isentropisk prosess}$$

Gibbs fri energi for hulromsstrålingen blir:

$$G = U + pV - TS$$

$$= \alpha T^4 \cdot V + \frac{1}{3} \alpha T^4 \cdot V - T \cdot \frac{4}{3} \alpha VT^3 = 0$$

Helmholtz fri energi:

$$F = U - TS = -\frac{1}{3} \alpha T^4 V$$

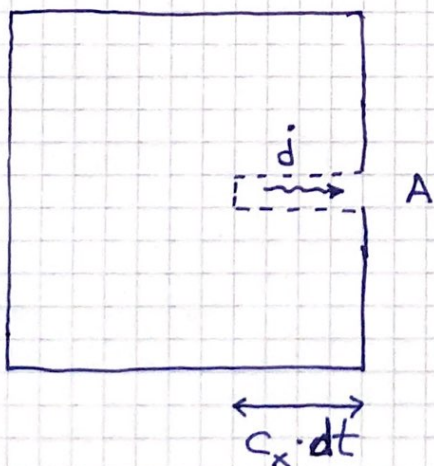
Alle disse gir kjemisk potensial $\mu = 0$:

$$\mu = G/N = 0$$

$$\mu = (\partial F / \partial N)_{T,V} = 0$$

$$\mu = (\partial U / \partial N)_{S,V} = (\partial U / \partial N)_{T,V} = 0$$

Stråling ut av hulrommet:



j = emittert intensitet
= emittert energi pr
flate - og tidsenhet

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{j} &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{dU}{A \cdot dt} \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{u \cdot dV}{A \cdot dt} \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2} \frac{u \cdot A \cdot c_x \cdot dt}{A \cdot dt} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} u \cdot \underbrace{\langle c_x \rangle}_{=\frac{1}{2}c} = \underline{\underline{\frac{c}{4} \cdot u}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow j(T) = \sigma \cdot T^4$$

$$\text{med } \sigma = \frac{c}{4} \cdot \alpha = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$