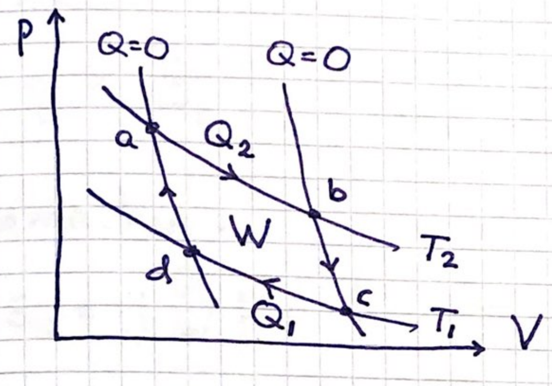
2.12 Carnotprosessen [LHL 15.4; YF 20.6]

er følgende reversible kretsprosess:



Dvs 2 isotermer og 2 adiabater.

La oss anta at systemet er ideell gass.

Med klokka ⇒ Varmekraftmaskin, tilført varme Q_2 brukes til å få gjort nyttig arbeid. Netto arbeid utført av systemet er W.

Virkningsgrad : η = nytte / kostnad

For varmekraftmaskin: $\eta = W/Q_2$

Mot klokka ⇒ Kjøleskap eller varmepumpe, arbeid W brukes til å

- fjerne varme Q_1 fra kjøleskapet, temp. T_1
- tilføre varme Q_2 i stua, temp. T_2

Kjøleskap : $\varepsilon_K = Q_1/W$

Varmepumpe : $\varepsilon_V = Q_2/W$

Vi husker at $\oint dU = 0$, slik at

$$W = Q = Q_2 + Q_1$$

Varmekraftmaskin: $Q_2 > 0$, $Q_1 < 0$, $W > 0$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 + Q_1}{Q_2} = 1 - |Q_1/Q_2| < 1$$

Kjølemaskin: $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$, $W < 0$

$$\Rightarrow \varepsilon_K = \left|\frac{Q_1}{W}\right| = \left|\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}\right| = \left|1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right|^{-1}$$

Varmepumpe: $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$, $W < 0$

$$\Rightarrow \varepsilon_V = \left|\frac{Q_2}{W}\right| = \left|\frac{Q_2}{Q_2 + Q_1}\right| = \left|1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right|^{-1}$$

Vi regner ut Q_1 og Q_2 (med klokka):

Med ideell gass er $\Delta U = 0$ langs de to isotermene; dermed er

$$Q_2 = W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p\, dV = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a} > 0$$

$$Q_1 = W_{cd} = \int_{V_c}^{V_d} p\, dV = nRT_1 \ln \frac{V_d}{V_c} < 0$$

Bruker deretter at

$$T \cdot V^{\gamma - 1} = \text{konstant}$$

langs adiabatene.

$$T_1 V_d^{\gamma-1} = T_2 V_a^{\gamma-1} \quad \text{og} \quad T_1 V_c^{\gamma-1} = T_2 V_b^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow T_1/T_2 = (V_a/V_d)^{\gamma-1} = (V_b/V_c)^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow V_a/V_d = V_b/V_c \quad \Rightarrow V_b/V_a = V_c/V_d$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{nRT_1 \ln(V_d/V_c)}{nRT_2 \ln(V_b/V_a)} = -\frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\ln(V_c/V_d)}{\ln(V_b/V_a)} = -\frac{T_1}{T_2}$$

Carnot-varmekraftmaskin: $\eta_c = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$

Carnot-kjøleskap:

$$\varepsilon_{KC} = \left|1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right|^{-1} = \left|1 - \frac{T_2}{T_1}\right|^{-1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} > 0$$

Carnot-varmepumpe:

$$\varepsilon_{VC} = \left|1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right|^{-1} = \left|1 - \frac{T_1}{T_2}\right|^{-1} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} > 1$$

For Carnotprosessen ser vi at

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = \oint \frac{đQ}{T} = 0,$$

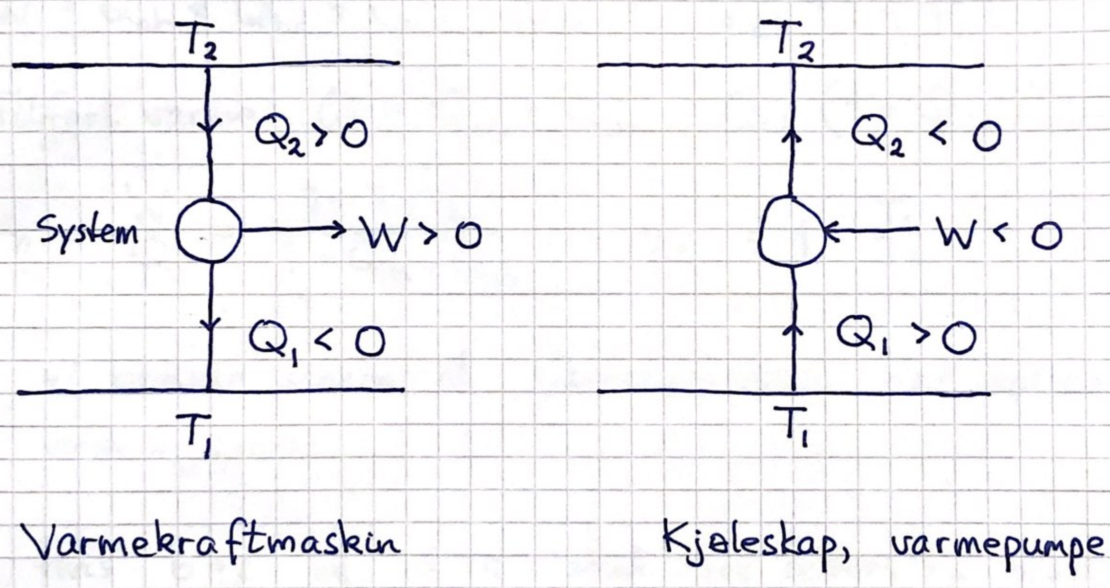
som gjelder for en vilkårlig reversibel kretsprosess; det beviser vi senere.

Dvs, $đQ/T$ er et totalt differensial når prosessen er reversibel. Vi skriver $dS = đQ_{rev}/T$ der tilstandsfunksjonen S er systemets entropi. Mer om det straks.

Varmereservoar:

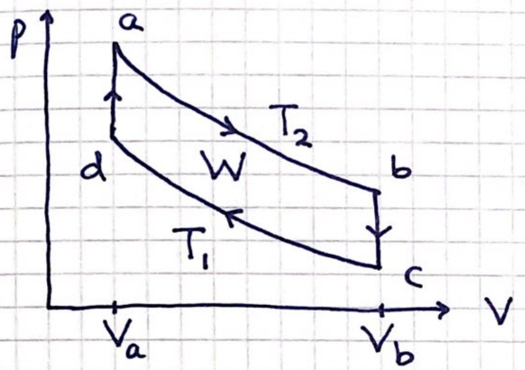
Reversible isoterme prosesser fordrer termisk kontakt mellom systemet og et varmereservoar, dvs omgivelser med stor varmekapasitet C slik at $\Delta T = Q/C = 0$ i varmereservoaret, selv når varme Q overføres til eller fra systemet.

Carnotprosessen er unik fordi den involverer bare to varmereservoarer:



Andre reversible kretsprosesser involverer flere varmereservoarer siden systemet utveksler varme med omgivelsene ved flere temperaturer mellom kretsprosessens minste og største temperatur.

Eks: Kretsprosess med to isotermer og to isokorer, ideell gass. Bestem virkningsgraden. (Anta varmekraftmaskin.)



$$Q_{ab} = nRT_2 \ln \frac{V_b}{V_a} > 0$$
$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} = C_V (T_1 - T_2) < 0$$
$$Q_{cd} = nRT_1 \ln \frac{V_a}{V_b} < 0$$
$$Q_{da} = \Delta U_{da} = C_V (T_2 - T_1) > 0$$

$$W = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = Q_{ab}\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

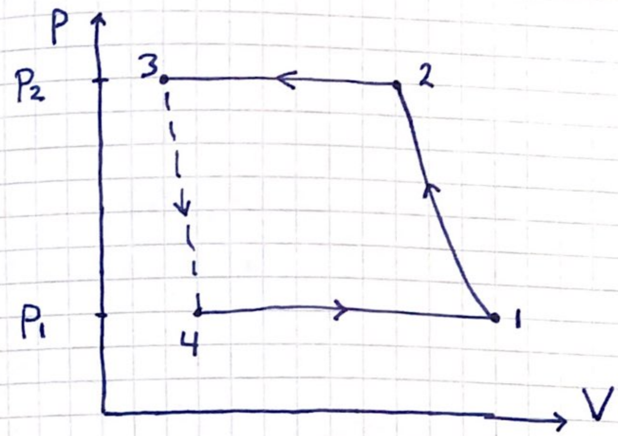
Tilført varme: $Q = Q_{ab} + Q_{da} = Q_{ab}(1 + Q_{da}/Q_{ab})$

$$\Rightarrow \eta = \frac{W}{Q} = \frac{1 - T_1/T_2}{1 + Q_{da}/Q_{ab}} < \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

- Vi beviser senere at Carnotprosessen har optimal virkningsgrad.

- Hvis $b \to c$ og $d \to a$ skal være reversible prosesser, må vi ha "uendelig mange" varmereservoarer med temp. mellom T_1 og T_2.

Eks: Varmepumpe / kjøleskap på laben



$Q_{12} = 0$ (reversibel adiabatisk kompresjon)

$Q_{23} = H_3 - H_2$ = varme avgitt fra kjølemediet til høytemperaturreservoaret (kondensasjon)

$Q_{34} = 0$ (irreversibel adiabatisk utvidelse)

$H_4 = H_3$ (isentalpisk prosess)

$Q_{41} = H_1 - H_4$ = varme tilført kjølemediet fra lavtemperaturreservoaret (fordamping)

$W = Q_{23} + Q_{41} = H_3 - H_2 + H_1 - H_4 = H_1 - H_2$
= netto arbeid utført av kjølemediet

Effektfaktorene blir dermed bestemt kun av entalpidifferanser:

Varmepumpe: $\varepsilon_V = |Q_{23}/W| = \dfrac{H_2 - H_3}{H_2 - H_1}$

Kjøleskap: $\varepsilon_K = |Q_{41}/W| = \dfrac{H_1 - H_3}{H_2 - H_1}$

3. Termodynamikkens 2. lov [LHL 16; YF 20]

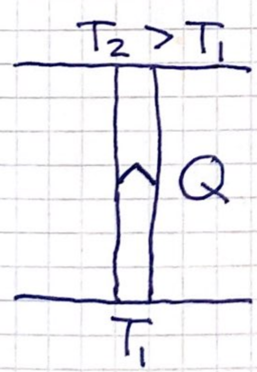
3.1 Energibevarelse er ikke alt [LHL 16.1 ; YF 20.5]

Kelvin og Clausius formulerte 2. hovedsetning på ulike måter. Men vi skal se at de to formuleringene er ekvivalente.

Kelvin: Det er umulig å konstruere en kretsprosess slik at nettoresultatet er at varme avgis fra et varmereservoar og omsettes fullt ut i arbeid.

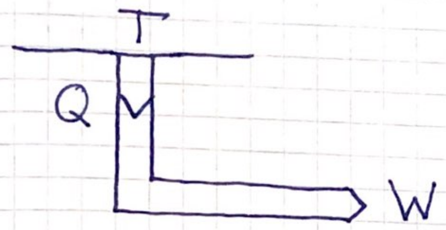
Clausius: Det er umulig å konstruere en kretsprosess slik at nettoresultatet er at en varmemengde avgis fra ett varmereservoar og absorberes av et annet med høyere temperatur.

Skjematisk:



er umulig (C)

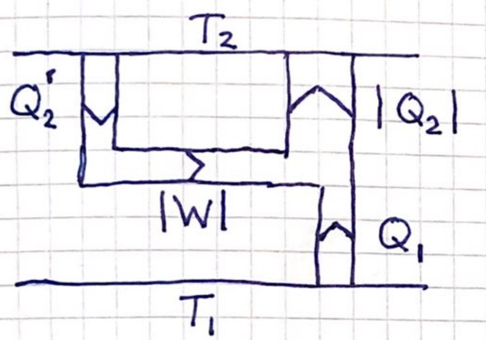
Opplagt, basert på all erfaring.



er umulig (K)

Vi viser at dersom Kelvins kretsprosess er mulig, er også Clausius sin mulig, og omvendt. Dvs

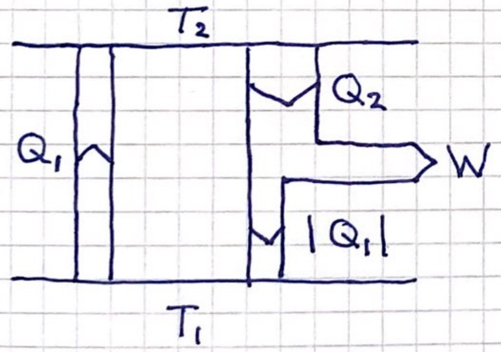
$$\bar{K} \Longleftrightarrow \bar{C}$$



$\bar{K}$ + kjøleskap

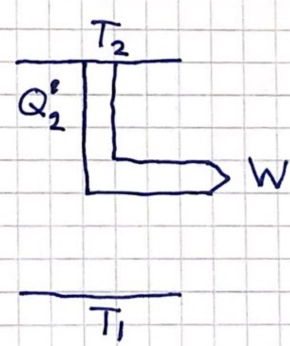
$\Rightarrow$

$\bar{C}$



$\bar{C}$ + varmekraftmaskin

$\Rightarrow$



$\bar{K}$

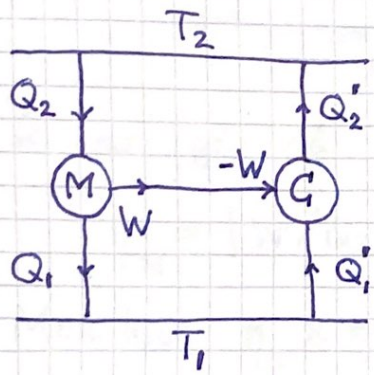
Dvs $\bar{K} \Leftrightarrow \bar{C}$: Hvis Kelvin tar feil, tar også Clausius feil, og omvendt.

Dermed: $K \Leftrightarrow C$; hvis Kelvin har rett, har også Clausius rett, og omvendt.

3.2 Carnots teorem [LHL 16.2 ; YF 20.6]

- Carnotprosessens virkningsgrad $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ er optimal.
- Virkningsgraden $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ er uavhengig av typen arbeidssubstans.

Bevis :



- C = reversibel Carnotmaskin med ideell gass som arbeids-substans. Virkningsgrad $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ hvis den brukes som varmekraftmaskin. Her brukt som varmepumpe.

- M = en helt vilkårlig varmekraftmaskin, gjerne irreversibel, og gjerne med noe annet enn ideell gass som arbeidssubstans.

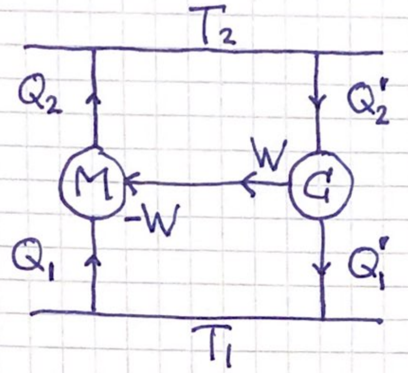
- Vi ser at netto resultat er kun varmeoverføring mellom de to varmereservoarene. Ifølge andre hovedsetning er da

$$\Delta Q = Q_2 + Q_2' = |Q_2| - |Q_2'| \geq 0$$

Dermed ; $|Q_2| \geq |Q_2'|$ dvs $|W/Q_2| \leq |W/Q_2'|$

Med andre ord, $\eta_M \leq \eta_c$

- Anta så at M også er reversibel, dvs den er en Carnotmaskin, men arbeidssubstansen er hva som helst. Da kan både M og C reverseres:



2. Lov gir nå $|Q_2'| \geq |Q_2|$, dvs

$$\eta_M = |W/Q_2| \geq \eta_C = |W/Q_2'|$$

Men hvis $\eta_C \geq \eta_M$ og $\eta_M \geq \eta_C$ må vi ha $\eta_M = \eta_C$.

Dvs: Alle reversible Carnotmaskiner, uansett arbeidssubstans (dvs type system), har optimal virkningsgrad $\eta_C = 1 - T_1/T_2$