

2.10 Entalpi

(22)

$H = U + pV$ = systemets entalpi; en tilstandsfunksjon

$$\Rightarrow C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{dU + p dV}{dT} \right)_p = \left(\frac{d(U + pV)}{dT} \right)_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p$$

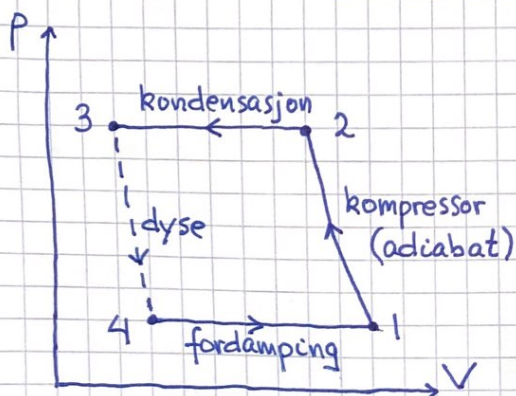
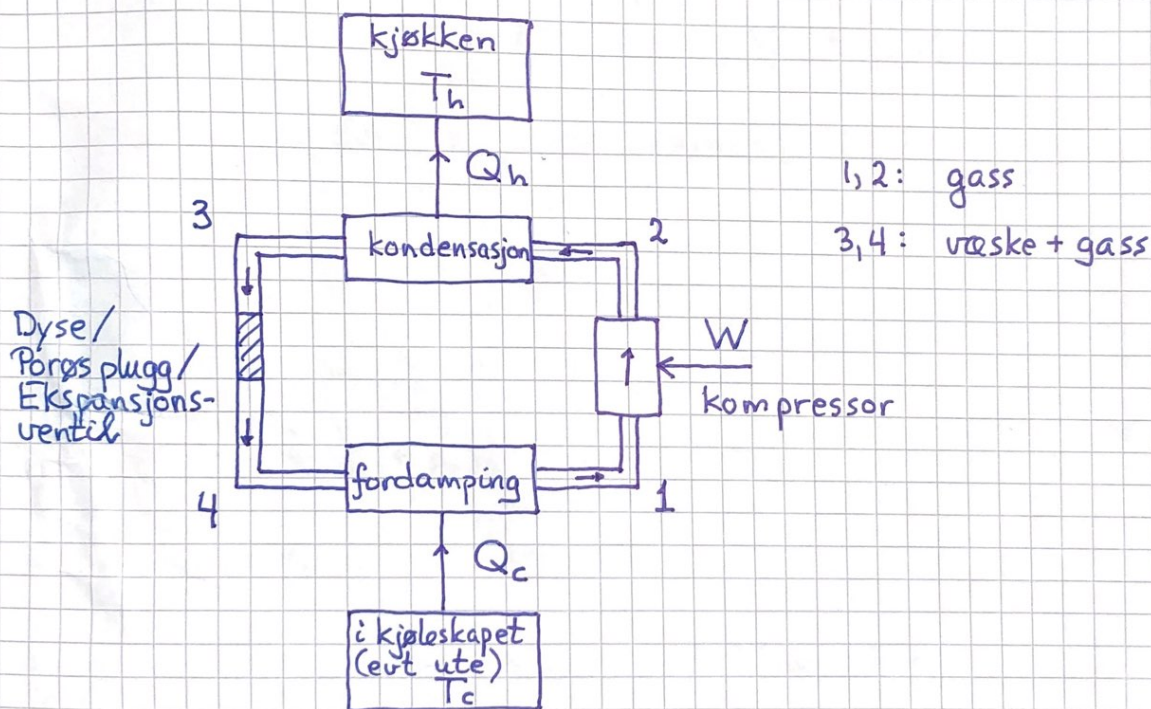
$$C_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v$$

$\Rightarrow H$ spiller samme rolle i isobar prosess som U i isokor prosess

2.11 Joule-Thomson-effekten

[Thomson = Kelvin]

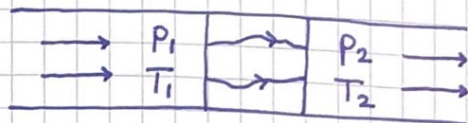
Viktig i kjøleskap og varmepumper.



Kjølemediet presses gjennom dysen. Irreversibel prosess med betydelig trykkfall.

Vi ser nærmere på dysen:

(23)



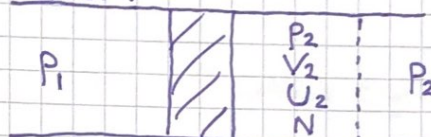
$$P_2 < P_1$$

Antar adiabatisk prosess og følger gitt fluidmengde som utvider seg fra volum V_1 til V_2 :

Før:



Etter:



Arbeid utført av systemet på omgivelsene:

$$W = \int_{V_1}^0 p_1 dV + \int_0^{V_2} p_2 dV = -p_1 V_1 + p_2 V_2$$

Endring i systemets indre energi:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

1. lov:

$$\Delta U + W = Q = 0$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 - p_1 V_1 + p_2 V_2 = 0$$

$$\Rightarrow U_2 + p_2 V_2 = U_1 + p_1 V_1$$

$$\Rightarrow H_2 = H_1 ; \text{ entalpien er konstant ;}$$

prosessen er isentalpisk

Vi ønsker avkjøling dersom kjøleskapet / varmepumpa skal virke.

Aktuelle tilstandsvariable nå: p, T, H

Med $T = T(p, H)$:

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H dp + \left(\frac{\partial T}{\partial H} \right)_p dH \stackrel{dH=0}{=} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H dp \equiv \mu_{JT} dp$$

Joule-Thomson - koeffisienten: $\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ (24)

Fra 3 til 4 s. 22 er $dp < 0$, og vi ønsker $dT < 0$

$\Rightarrow$ Avkjøling oppnås når $\mu_{JT} > 0$

Eks: Beregn μ_{JT} for ideell gass

Løsn:

$$\underbrace{\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H}_{\mu_{JT}} \underbrace{\left(\frac{\partial p}{\partial H}\right)_T}_{C_p} \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}_{C_p} = -1 \quad (\text{syklisk regel})$$

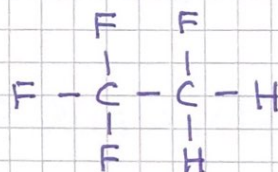
$$\Rightarrow \mu_{JT} = -C_p^{-1} (\partial H / \partial p)_T = \underline{0}, \text{ fordi:}$$

$$\begin{aligned} (\partial H / \partial p)_T &= [\partial U(T) / \partial p]_T + \{\partial [p \cdot V(p, T)] / \partial p\}_T \\ &= 0 + V + p \underbrace{(\partial V / \partial p)_T}_{-V/p} = 0 \end{aligned}$$

Dvs, kan ikke bruke ideell gass i kjøleskap/varmepumper.

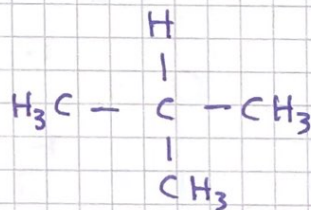
Et par vanlige kjølemedier:

- $C_2H_2F_4$; 1,1,1,2-tetrafluoroetan (R-134a)



- CO_2

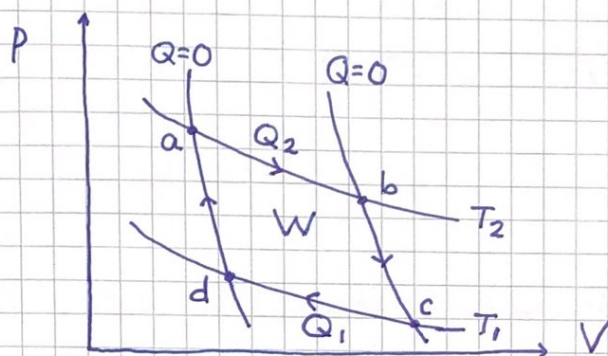
- Isobutan, C_4H_{10} (R-600a)



2.12 Carnotprosessen

(25)

Reversibel kretsprosess som består av to isotermer og to adiabater:



Varmekraftmaskin: Med klokka. Tilført varme Q_2 ($Q_2 > 0$) brukes til å få gjort nyttig arbeid W . ($W > 0$)

Virkningsgrad: $\eta = \text{nytte/kostnad} = W/Q_2$ ($Q_1 < 0$)
(PCH 3.3)

Kjøleskap, varmepumpe: Mot klokka. Tilført arbeid W ($W < 0$) brukes til å fjerne varme Q_1 fra kjøleskapet ($Q_1 \leq 0$) eller tilføre varme Q_2 i stua ($Q_2 < 0$).

Effektfaktor (virkningsgrad): $\epsilon_K = |Q_1/W|$; $\epsilon_V = |Q_2/W|$

Fra før: $\oint dU = 0 \Rightarrow W = Q_2 + Q_1$

$$\Rightarrow \eta = (Q_2 + Q_1)/Q_2 = 1 - |Q_1|/Q_2 < 1$$

$$\epsilon_K = |Q_1/(Q_1 + Q_2)| = |1 - |Q_2|/Q_1|^{-1} > 0$$

$$\epsilon_V = |Q_2/(Q_2 + Q_1)| = |1 - Q_1/|Q_2||^{-1} > 1$$

La oss anta ideell gass. Da er:

- $\Delta U = 0$ langs isothermene
- $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst.}$ langs adiabatene

(26)

$$\Rightarrow Q_2 = W_{ab} = nRT_2 \ln(V_b/V_a)$$

$$Q_1 = W_{cd} = nRT_1 \ln(V_d/V_c)$$

$$\left. \begin{aligned} T_1 V_d^{\gamma-1} &= T_2 V_a^{\gamma-1} \Rightarrow T_1/T_2 = (V_a/V_d)^{\gamma-1} \\ T_1 V_c^{\gamma-1} &= T_2 V_b^{\gamma-1} \Rightarrow T_1/T_2 = (V_b/V_c)^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} V_a/V_d &= V_b/V_c \\ V_b/V_a &= V_c/V_d \end{aligned}$$

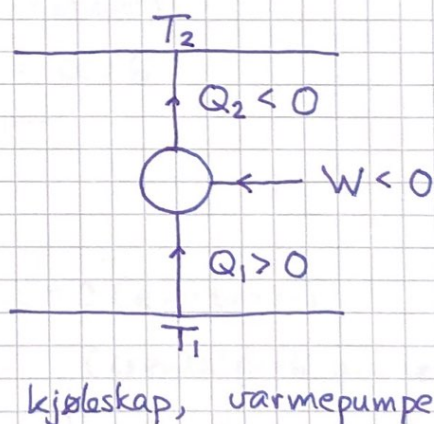
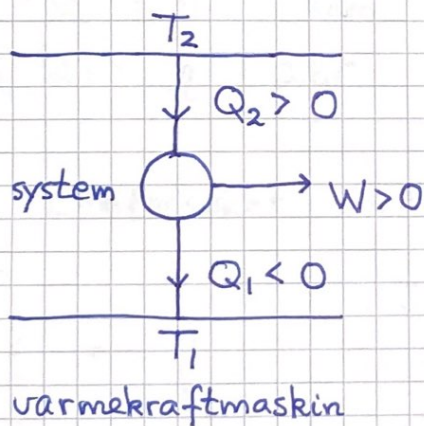
$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\ln(V_d/V_c)}{\ln(V_b/V_a)} = -\frac{T_1}{T_2}$$

Dermed; med ideell gass i Carnotmaskiner:

$$\eta_c = 1 - T_1/T_2; \quad E_{kc} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}; \quad E_{vc} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

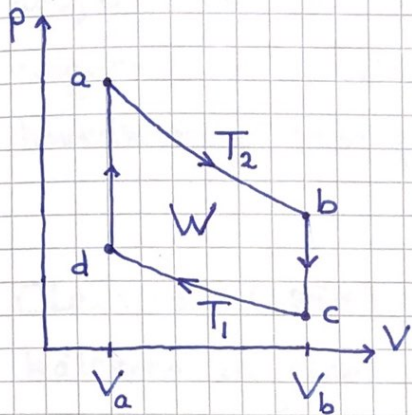
Varmereservoar: Så stor varmekapasitet C slik at $\Delta T = Q/C = 0$ selv om varme Q overføres til eller fra reservoaret.

Carnotprosessen involverer bare to varmereservoarer:



Vi beviser senere at Carnotprosessen har optimal virkningsgrad.

Eks: Varmekraftmaskin med ideell gass som arbeidssubstans. Kretsprosess med to isotermer og to isokorer. Bestem virkningsgraden η og vis at $\eta < \eta_c$. (27)



$$Q_{ab} = nRT_2 \ln(V_b/V_a) > 0$$

$$Q_{cd} = nRT_1 \ln(V_a/V_b) < 0$$

$$c_{vm} = C_V/n = \text{molar varmekapasitet}$$

$$Q_{bc} = \Delta U_{bc} = n c_{vm} (T_1 - T_2) < 0$$

$$Q_{da} = \Delta U_{da} = n c_{vm} (T_2 - T_1) = -Q_{bc} > 0$$

$$\Rightarrow \text{Tilført varme: } Q_{ab} + Q_{da}$$

$$\text{Netto utført arbeid: } W = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = Q_{ab} + Q_{cd}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{Q_{ab} + Q_{cd}}{Q_{ab} + Q_{da}} = \frac{1 - T_1/T_2}{1 + c_{vm}(T_2 - T_1)/RT_2 \ln(V_b/V_a)} < \eta_c$$

[Reversible isokorer nødvendiggjør uendelig mange varmereservoarer mellom T_1 og T_2 .]

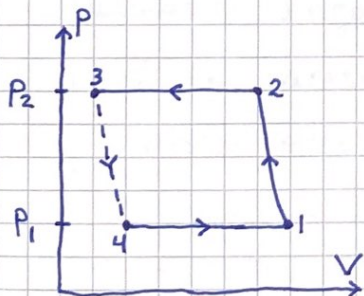
Konkret talleksempel:

$$T_1 = 300 \text{ K}, \quad T_2 = 600 \text{ K}, \quad c_{vm} = 5R/2 \quad (\text{toatomig gass}),$$

$$V_b/V_a = 4 \quad (\text{kompresjonsforholdet})$$

$$\text{Da blir: } \underline{\eta_c = 0.50} \quad \text{og} \quad \underline{\eta = 0.26}$$

Eks: Labforsøket (s. 22)



$$\Rightarrow \epsilon_v = \left| \frac{Q_{23}}{W} \right| = \frac{H_2 - H_3}{H_2 - H_1}$$

$$\epsilon_K = \left| \frac{Q_{41}}{W} \right| = \frac{H_1 - H_3}{H_2 - H_1}$$

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \quad (\text{adiabater})$$

$$H_4 = H_3 \quad (\text{isentalpisk prosess})$$

$Q_{23} = H_3 - H_2 =$ varme avgitt til høytemp.reservoaret (kjøkken, stue) når kjølemediet kondenserer

$Q_{41} = H_1 - H_4 = H_1 - H_3 =$ varme tilført fra lavtemp.reservoaret (kjøleskapet, evt. ute) når kjølemediet fordampes

$$W = Q_{23} + Q_{41} = H_1 - H_2$$

3. Termodynamikkens 2. lov

(28)

3.1 Energibevarelse er ikke alt

Eks: Varm kaffe i koppen avgir varme til omgivelsene og avkjøles. Det omvendte (kaffen blir enda varmere mens omgivelsene avkjøles) ville være i tråd med første hovedsetning (energibevarelse), men skjer aldri.

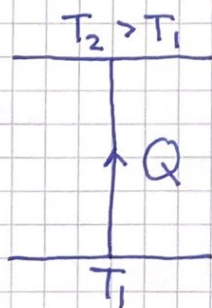
Clausius (1854): "Es kann nie Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen, wenn nicht gleichzeitig eine andere damit zusammenhängende Aenderung eintritt." [Annalen der Physik und Chemie]

Kelvin (1851): "It is impossible, by means of inanimate material agency, to derive mechanical effect from any portion of matter by cooling it below the temperature of the coldest of the surrounding objects."

[Transactions of the Royal Society of Edinburgh]

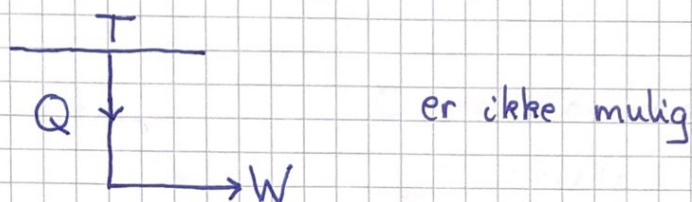
Eller:

Clausius: Ingen kretsprosess er mulig der nettoresultatet er at en varmemengde avgis fra et varmereservoar og absorberes av et annet med høyere temperatur.

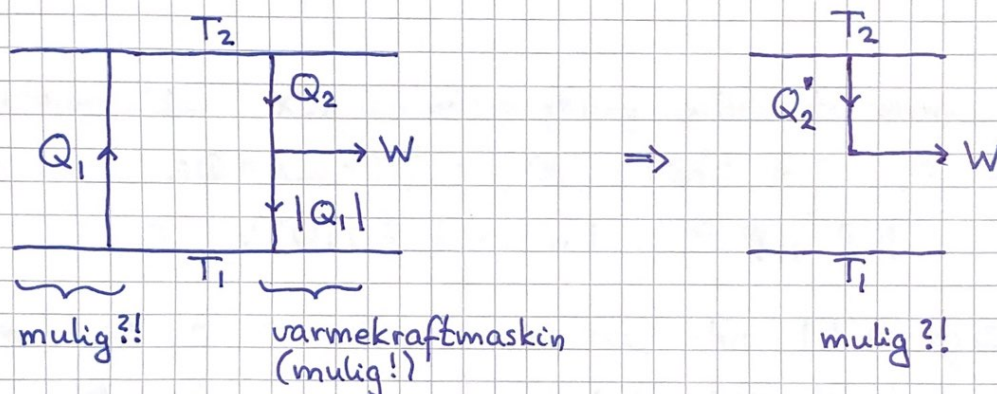


er ikke mulig

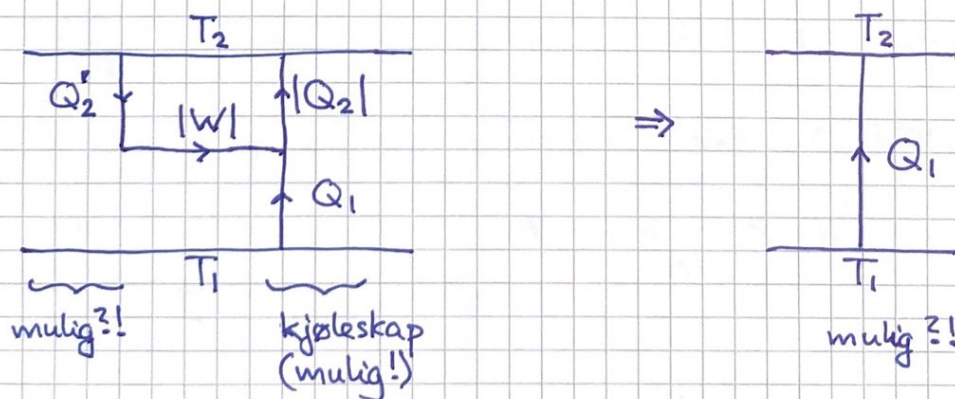
Kelvin: Ingen kretsprosess er mulig der netto-
resultatet er at varme avgis fra et varmereservoar
og omsettes fullt ut i arbeid. (29)



Hvis Clausius tar feil, tar også Kelvin feil:



Og hvis Kelvin tar feil, tar Clausius også feil:



Dermed: Hvis Clausius har rett, har også Kelvin
rett, og omvendt.

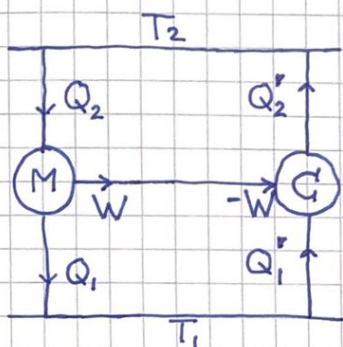
Dvs: De to formuleringene av 2. hovedsetning
er ekvivalente.

3.2 Carnots teorem

(30)

slår fast at Carnotprosessen virkningsgrad $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ er optimal, og uavhengig av typen arbeidssubstans.

Bervis:



C: rev. Carnotmaskin med ideell gass,
 $\eta_c = 1 - T_1/T_2$ som varmekraftmaskin.
(Her brukt som varmepumpe.)

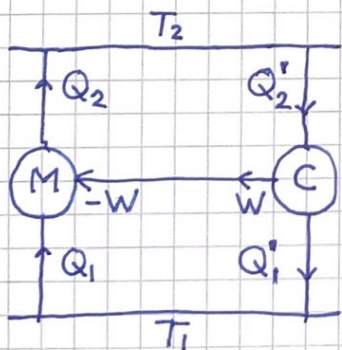
M: vilkårlig varmekraftmaskin

Nettoresultat: Kun varmeoverføring mellom to varmereservoarer.

$$\begin{aligned} 2. \text{ lov: } \Delta Q &= Q_2 + Q_2' = |Q_2| - |Q_2'| \geq 0 \Rightarrow |Q_2| \geq |Q_2'| \\ &\Rightarrow |W/Q_2| \leq |W/Q_2'| \Rightarrow \eta_M \leq \eta_c \end{aligned}$$

Anta nå at M også er reversibel, dvs M er også en Carnotmaskin, men med vilkårlig arbeidssubstans.

Da kan både C og M reverseres:



$$\begin{aligned} 2. \text{ lov: } |Q_2'| &\geq |Q_2| \\ &\Rightarrow |W/Q_2| \geq |W/Q_2'| \\ &\Rightarrow \eta_M \geq \eta_c \end{aligned}$$

Konklusjon: $\eta_M = \eta_c$ og alle reversible

Carnotmaskiner, uansett arbeidssubstans, har optimal virkningsgrad $\eta_c = 1 - T_1/T_2$.