

FY1005/TFY4165 Termisk fysikk. Institutt for fysikk, NTNU. Våren 2014.
Løsningsforslag til øving 11

Oppgave 1

Frysepunktnedsettelse for en svak løsning:

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{l_s} x_s.$$

Her er l_s den molare smeltevarmen til løsningsmiddelet, og x_s er molbrøken til det oppløste stoffet. Atomvektene til C, H og O er hhv 12, 1 og 16, som gir molekylvekter på 62 for etylenglykol og 46 for etanol. Med lik vekt (masse) på tilsatt stoff er det da klart at etanol gir størst molbrøk, og dermed lavest frysepunkt. Vi sjekker derfor om tilsats av 500 g etanol til 4 L vann gir tilstrekkelig beskyttelse mot vinterkulde i Trondheim. Etter tilsatsen er det totale antall mol lik

$$\frac{500}{46} + \frac{4000}{18},$$

slik at

$$x_s = \frac{500/46}{500/46 + 4000/18} = \frac{1}{1 + 4000 \cdot 46/18 \cdot 500} = 0.0466.$$

Vannets molare smeltevarme:

$$l_s = 80 \text{ cal/g} \cdot 18 \text{ g/mol} \cdot 4.184 \text{ J/cal} = 6.0 \text{ kJ/mol}.$$

Dermed:

$$\Delta T = -\frac{8.314 \cdot 273^2}{6.0 \cdot 10^3} \cdot 0.0466 = -4.8 \text{ K}.$$

Dette holder nok ikke gjennom en normal Trondheimsvinter! For større tilsatser blir etter hvert teorien vår for dårlig (dvs hvis x_s ikke lenger kan betraktes som liten), men eksperimentelt viser det seg at ca 30 vektprosent med etanol er nødvendig for å gi et frysepunkt på 19 kuldegrader, og ca 56 vektprosent må til for å gi frysepunkt på 41 kuldegrader. Det burde holde til og med på Tynset og deromkring.

Oppgave 2

a) Sluttvolumet er $V_2 = V_1/4$, der V_1 er startvolumet. Produsert ferskvann er

$$V_1 - V_2 = \frac{3}{4}V_1 = 1 \text{ m}^3,$$

slik at

$$V_1 = \frac{4}{3} \text{ m}^3.$$

Mengden salt i startvolumet V_1 er bestemt av det osmotiske trykket $\Delta p_0 = 23 \text{ atm}$ via uttrykket

$$\Delta p = n \frac{RT}{V},$$

der n er antall mol oppløst stoff. Dette gir $n = (\Delta p_0 V_1)/RT$. Deretter kan n elimineres slik at for vilkårlig volum blir det osmotiske trykket

$$\Delta p = \Delta p_0 \frac{V_1}{V}.$$

Det teoretisk minste arbeidet som trengs for å utvinne 1 m^3 (dvs 1 tonn) ferskvann blir dermed

$$\begin{aligned} W &= -\int_{V_1}^{V_2} \Delta p dV = \Delta p_0 V_1 \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V} \\ &= \Delta p_0 V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = \Delta p_0 V_1 \ln 4 \\ &= 23 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{4}{3} \text{ m}^3 \cdot \ln 4 \\ &= 4.3 \cdot 10^6 \text{ J} = 1.2 \text{ kWh}. \end{aligned}$$

Med kraftprisen 0.80 kr pr kWh blir den teoretiske minsteprisen 96 øre pr tonn ferskvann.

b) Ved vanlig destillasjon må fordampningsvarmen for vann, $L = 540 \text{ cal/g} = 40.7 \text{ kJ/mol}$, tilføres. Uten bruk av varmevekslere må også vannet varmes opp ca 80 grader (fra 20°C til 100°C) ved tilførsel av energi. Dette gir i så fall en total energitilførsel

$$Q \simeq (540 + 80) \text{ cal/g} = 620 \cdot 4.184 \text{ J/g} = 2.6 \cdot 10^9 \text{ J/tonn} \simeq 720 \text{ kWh/tonn}.$$

Dette vil gi en pris på 576 kr pr tonn ferskvann.

c) Effekten som kan tas ut blir

$$P = \Delta p \cdot Q = (\Delta p_0 - \Delta p_t)Q = (\Delta p_0 - \lambda Q)Q.$$

Konstanten λ bestemmes av at $\Delta p_0 = \lambda Q_0$, dvs

$$\lambda = \frac{\Delta p_0}{Q_0},$$

slik at

$$P = \Delta p_0 \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right) Q = \Delta p_0 Q_0 \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right) \frac{Q}{Q_0}.$$

Maksimal effekt bestemmes ved å derivere og sette lik null:

$$0 = \frac{\partial P}{\partial Q} = \Delta p_0 \left(1 - \frac{2Q}{Q_0}\right),$$

dvs $Q = Q_0/2$. Maksimal effekt blir

$$P_{\max} = \Delta p_0(1 - 1/2) \cdot Q_0/2 = \Delta p_0 Q_0/4 = 23 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.125 \text{ m}^3/\text{s}/4 = 7.28 \cdot 10^4 \text{ J/s} \simeq 73 \text{ kW}.$$

Oppgave 3

a) Det osmotiske trykket er gitt ved

$$\Delta p = \frac{RT}{V} \Delta x,$$

der V er det molare volumet for oppløsningsmiddelet og Δx er molbrøkforskjellen på de to sidene av membranen. (Dette er en enkel generalisering av situasjonen med rent oppløsningsmiddel på den ene siden. Med molbrøker x_1 og x_2 med oppløst stoff på hver side er $\Delta x = |x_2 - x_1|$.) Den maksimale verdien som kan tolereres uten å ødelegge cellemembranen blir derfor

$$\Delta x = \frac{V}{RT} \Delta p = \frac{18 \cdot 10^{-6}}{8.314 \cdot 310} \cdot \frac{5}{760} \cdot 1.013 \cdot 10^5 = 4.7 \cdot 10^{-6}.$$

b) Frysepunktnedsettelsen er gitt ved

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{L} x.$$

Oppløst molbrøk blir følgelig

$$x = -\frac{L}{RT^2} \Delta T = \frac{6.0 \cdot 10^3}{8.314 \cdot 273^2} \cdot 0.535 = 5.2 \cdot 10^{-3},$$

der smeltevarmen er $L \simeq 80 \text{ cal/g} = 80 \cdot 4.184 \cdot 18 \text{ J/mol} \simeq 6.0 \text{ kJ/mol}$. Maksimal relativ endring som kan tåles:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{4.7 \cdot 10^{-6}}{5.2 \cdot 10^{-3}} \simeq 0.9 \cdot 10^{-3} \simeq 0.1\%.$$

Ved injeksjon i blodomløpet tilsettes en passelig mengde koksalt slik at molbrøken blir fysiologisk riktig (en såkalt isotonisk løsning). Finjustering skjer ved at blodcellene kan avgi eller oppta noe vann, dvs endre volum, uten å sprekke.

Oppgave 4

Indre energi knyttet til luftmolekylernes bevegelser (toatomige molekyler med rotasjonsfrihetsgradene eksitert, ideell gass) er

$$U_m = \frac{5}{2}NkT = \frac{5}{2}p_m V = 2.5 \cdot 10^5 \cdot 0.067 = 16750 \text{ J},$$

uavhengig av temperaturen, siden trykket p_m er konstant lik atmosfæretrykket, ca 1 bar. Indre energi knyttet til fotonene er ved den høye temperaturen

$$U_s = u_s V = \alpha T^4 V = 7.56 \cdot 10^{-16} \cdot 573^4 \cdot 0.067 = 5.5 \mu\text{J}.$$

Med andre ord, neglisjerbart for alle aktuelle temperaturer. Vi kan skrive

$$U_s = u_s V = 3p_s V,$$

som gir strålingstrykket

$$p_s = U_s/3V = 5.5 \cdot 10^{-6}/3 \cdot 0.067 = 2.7 \cdot 10^{-5} = 27 \mu\text{Pa}.$$

Oppgave 5

Fra $dF = -pdV - SdT$ følger det at $p = -(\partial F/\partial V)_T$ og $S = -(\partial F/\partial T)_V$. De oppgitte uttrykkene for p , S og F stemmer med dette.

Oppgave 6

Netto emittert strålingseffekt pr flateenhet er

$$j_{\text{netto}} = \sigma (T_{\text{hud}}^4 - T_{\text{omg}}^4) = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (303^4 - 268^4) \simeq 186 \text{ W/m}^2.$$

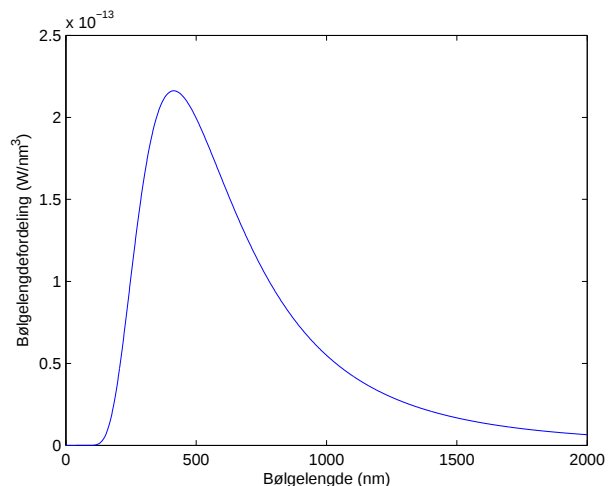
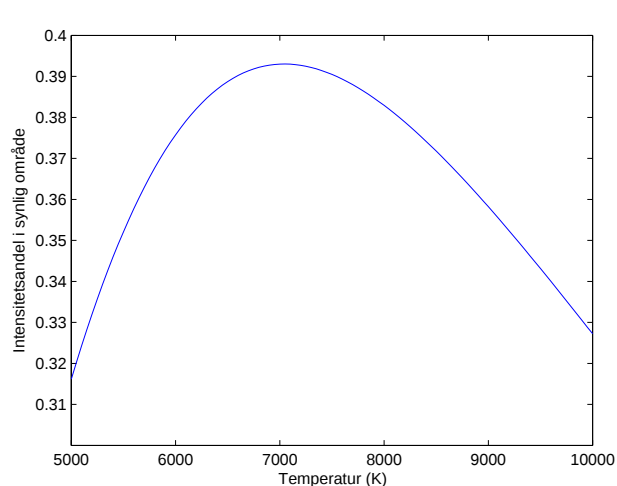
Overflatearealet avhenger av hvor stor personen er, men la oss f.eks si at $A = 1.8 \text{ m}^2$. Da er $P_{\text{netto}} = j_{\text{netto}} A \simeq 335 \text{ W}$. Normalt matinntak tilsvarer ca 10000 kJ pr døgn, som tilsvarer en "effekt" $P_{\text{mat}} = 10^7/3600 \cdot 24 \simeq 116 \text{ W}$. Dette er betydelig mindre enn strålingstapet. Redningen er klær. Solas utsendte strålingseffekt er

$$P_{\text{sol}} = j_{\text{sol}} A_{\text{sol}} = \sigma T_{\text{sol}}^4 \cdot 4\pi R_{\text{sol}}^2,$$

som med oppgitte verdier er ca $3.9 \cdot 10^{26} \text{ W}$, dvs ca 0.2 mW pr kg. Pr masseenhet sender du ut mye mer: Hvis din masse er 86 kg, og vi bruker *brutto* utsendt strålingseffekt $\sigma T_{\text{hud}}^4 \simeq 860 \text{ W}$, snakker vi om ca 10 W pr kg.

Oppgave 7

Her er det snakk om å maksimere andelen i bølgelengdefordelingen $\xi(\lambda, T)$ som ligger mellom 400 og 700 nm. Wiens forskyvningslov gir maksimal ξ ved 500 nm for sollyset, som tilsvarer 5800 K. En første gjetning kan derfor være at temperaturen bør ligge i nærheten av dette. Med Matlabprogrammet `synlig.m` går vi grundigere til verks og regner ut relativ andel utstrålt energi i det synlige området som funksjon av temperaturen (med numerisk integrasjon). Figuren nedenfor, til venstre, viser at maksimal andel inntreffer omtrent ved 7000 K. Til høyre, bølgelengdefordelingen ved 7000 K.



(Såvidt jeg vet smelter alle kjente materialer ved langt lavere temperaturer enn 7000 K, ved normalt trykk. Wolfram smelter ved 3687 K.)

Biofysikk ved Institutt for fysikk

I biofysikk brukes metoder fra fysikken til å studere biologiske systemer. Institutt for fysikk har betydelig forskningsaktivitet innen biofysikk og medisinsk teknologi. [KLIKK HER](#) hvis du vil lese mer om forskning på biologiske polymerer, bionanoteknologi og medisinsk fysikk.



Figur 1: Catharina Davies, Razi Naqvi, Bjørn Torger Stokke, Pawel Sikorski, Magnus Lilledahl, Marit Sletmoen, Pål Erik Goa og Rita Dias er biofysikere ved Institutt for fysikk.

Optikk og utnyttelse av solenergi ved Institutt for fysikk

Ved seksjon for anvendt fysikk står optikk og forskning på nye materialer for bedre utnyttelse av solenergi sentralt. [KLIKK HER](#) hvis du vil lese om forskning innen laserfysikk, interferometri, solcellematerialer med mer.



Figur 2: Mikael Lindgren, Irina Sorokina og Morten Kildemo jobber med anvendt optikk. Turid Reenaas og Ursula Gibson forsker på nye materialer for bedre utnyttelse av solenergi.