

Løsning øving 10.

①

Oppgave 1.

Frysepunktdepressjonen for en svak oppløsning er funnet til

$$\Delta T = -\frac{RT^2}{L} x_s$$

der L er smeltevarmen for oppløsningsmidlet og x_s er molbrøken til det oppløste stoffet. Da atomvektene til C, H og O er henholdsvis 12, 1 og 16 blir molekylvektene til de gitte stoffene følgende 62 ($C_2H_6O_2$), 46 (C_2H_6O) og 92 ($C_3H_8O_2$). Med samme vekt er det derfor klart at etanol gir størst molbrøk og dermed lavest frysepunkt. 500 g i 4 l vann gir $(500/4500) \cdot 100\% \approx 11\%$ i vekt. Frysepunktnedsettelsen blir

$$\Delta T = -\frac{8,314 (273)^2}{18 \cdot 80 \cdot 4,184} \cdot \frac{\frac{500}{46}}{\frac{500}{46} + \frac{4000}{18}} K = -4,8 K$$

($L = 80 \text{ cal/g} \cdot 189 \text{ mol} \cdot 4,184 \text{ J/cal} = 6,0 \text{ kJ/mol}$.) Teorien burde være brukbar med den resulterende molbrøken $x_s = 0,047$. Det må helt klart en sterkere blanding til om en vanlig vinter skal tales. (500 g etylenglykol ville i regnestykket ovenfor gi $\Delta T = -3,6 K$.) Eksperimentelt har en

Etanol		Etylenglykol (vanlig frostbeskyt)	
Vekt %	$\Delta T/K$	Volum %	$\Delta T/K$
11,3	-5,0	12,5	-3,9
20,3	-11,6	32,5	-17,8
29,9	-18,9	44	-28,9
56,1	-41,0	52,5	-40,0

Oppgave 2.

②

a) Sluttvolumet er $V_2 = \frac{1}{4} V_1$ der V_1 er startvolumet. Produsert ferskvann er

$$V_1 - V_2 = \frac{3}{4} V_1 = 1 \text{ m}^3$$

slik at $V_1 = \frac{4}{3} \text{ m}^3$

Mengden salt i startvolumet V_1 er bestemt av det osmotiske trykket $\Delta p_o = 23 \text{ atm}$ via uttrykket

$$\Delta p = n \frac{RT}{V}$$

der n er antall mol oppløst stoff. Dette gir $n = (\Delta p_o V_1) / RT$. Deretter kan vi eliminere slik at for vilkårlig volum blir det osmotiske trykket.

$$\Delta p = \Delta p_o \frac{V_1}{V}$$

Det teoretisk minste arbeidet som trengs for å utvinne 1 m^3 (1 tonn) ferskvann blir dermed

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} \Delta p dV = \Delta p_o V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \Delta p_o V_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = \Delta p_o V_1 \ln 4$$

$$= 23 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{4}{3} \text{ m}^3 \cdot \ln 4 = 4,3 \cdot 10^6 \text{ J} = \frac{4,3 \cdot 10^6}{3600 \cdot 1000} \text{ kWh} = 1,2 \text{ kWh}$$

Med kraftprisen kr. 0,80 pr. kWh blir den teoretiske minsteprisen

$$\underline{\underline{96 \text{ øre/tonn ferskvann}}}$$

b) Ved vanlig destillering må fordampingsvarmen ^③
for vann $L = 540 \text{ cal/g} \approx 40,7 \text{ kJ/mol}$ tilføres. Uten
bruk av varmevekslere må også vannet varmes opp ca
 80°C (fra 20°C til 100°C) ved tilførsel av energi. Dette gir i
se fall en total energitilførsel

$$\dot{Q} \approx (540 + \frac{4}{3}80) \text{ cal/g} = 647 \frac{1}{3} \text{ cal/g} = 2,7 \cdot 10^9 \text{ J/tonn}$$

$$\approx 750 \text{ kWh/tonn}$$

Dette vil gi prisen Kr. 600,- pr. tonn ferskvann.

c) Effekten som kan tas ut blir

$$P = \Delta p \cdot \dot{Q} = (\Delta p_0 - \Delta p_t) \dot{Q} = (\Delta p_0 - \lambda \dot{Q}) \dot{Q}$$

Konstanten λ bestemmes av at $\Delta p_0 = \lambda \dot{Q}_0$, dvs.

$$\lambda = \frac{\Delta p_0}{\dot{Q}_0}$$

slik at

$$P = \Delta p_0 \left(1 - \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_0}\right) \dot{Q} = \Delta p_0 \dot{Q}_0 \left(1 - \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_0}\right) \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_0}$$

Maksimal effekt bestemmes ved derivering

$$0 = \frac{\partial P}{\partial \dot{Q}} = \Delta p_0 \left(1 - \frac{2\dot{Q}}{\dot{Q}_0}\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \dot{Q}_0$$

Maksimal effekt blir

$$P_{\text{maks}} = \Delta p_0 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2} \dot{Q}_0 = \frac{1}{4} \Delta p_0 \dot{Q}_0 =$$

$$\frac{1}{4} \cdot 23 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,125 \text{ m}^3/\text{s} = 7,28 \cdot 10^4 \text{ W} \approx \underline{\underline{73 \text{ kW}}}$$

Oppgave 3.

a) Det osmotiske trykket er gitt ved ^④

$$\Delta p = \frac{RT}{V} \Delta x$$

der V er det molare volumet for oppløsningsmidlet
og Δx er molbrøkforskjellen på de 2 sidene av membranen.
(Dette er en enkel generalisering av situasjonen med rent
oppløsningsmiddel på den ene siden. Med molbrøker x_1 og x_2
med oppløst stoff på hver side er $\Delta x = |x_2 - x_1|$.) Den
maksimale verdien som kan tolereres uten å ødelegge selve —
membranen blir derfor

$$\Delta x = \frac{V}{RT} \Delta p = \frac{18 \cdot 10^{-6}}{8,314 \cdot 310} \frac{5}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5 = \underline{\underline{4,7 \cdot 10^{-6}}}$$

b) Frysepunktnedsettelsen er gitt ved

$$\Delta T = - \frac{RT^2}{L} x$$

Oppløst molbrøk blir følgende

$$x = - \frac{L}{RT^2} \Delta T = \frac{6,0 \cdot 10^3}{8,314 \cdot (273)^2} 0,535 = \underline{\underline{5,2 \cdot 10^{-3}}}$$

der smeltevarmen $L \approx 80 \text{ cal/g} = 80 \cdot 4,184 \cdot 18 \text{ J/mol} \approx 6,0 \text{ kJ/mol}$.

Maksimal relativ endring som kan tales.

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{4,7 \cdot 10^{-6}}{5,2 \cdot 10^{-3}} \approx 0,9 \cdot 10^{-3} \approx \underline{\underline{0,1\%}}$$

[Ved injeksjon i blodomløpet tilsettes en passende mengde
koksalt slik at molbrøken blir fysiologisk riktig (isotonisk
løsning). Finjustering må skje ved blodcellene kan angi eller
oppta noe vann (dvs. endre volum) uten å sprekke.]