

Oppgave 1

- a) Bruk Maxwells hastighetskomponentfordeling $g(v_x)$ (se forelesningene) til å beregne $\langle |v_x| \rangle$, $\langle v_x^3 \rangle$ og $\langle v_x^4 \rangle$.
- b) Beregn middelveiden av invers fart, $\langle 1/v \rangle$, og sammenlign med den inverse av $\langle v \rangle$.

Oppgave 2

Minste hastighet V for å unnslippe gravitasjonsfeltet til en planet med masse m og radius r er $V = \sqrt{2Gm/r}$, der G er gravitasjonskonstanten. La oss anta at molekylene i planetens atmosfære bør ha en "rms-hastighet", dvs $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$, som er mindre enn $V/6$ dersom de på lang sikt (f.eks noen millioner år) ikke skal forsvinne ut i verdensrommet.

- a) Vis at planetens overflatetemperatur da må oppfylle betingelsen $T < GMm/54Rr$ for at molekyler med molar masse M ikke skal forsvinne fra planetens atmosfære. Her er R gasskonstanten.

- b) Bruk ulikheten i spm a til å vurdere muligheten for å finne hydrogen i atmosfæren til jorda og jupiter. Er ulikheten konsistent med at jordas atmosfære er rik på nitrogen og oksygen? Hva med fraværet av atmosfære på månen?

[Jordas masse: $6.0 \cdot 10^{24}$ kg. Jordas radius: $6.4 \cdot 10^6$ m. Jupiters masse: $1.9 \cdot 10^{27}$ kg. Jupiters radius: $7.2 \cdot 10^7$ m. Månens masse: $7.4 \cdot 10^{22}$ kg. Månens radius: $1.7 \cdot 10^6$ m. Molare masser for H_2 , N_2 , O_2 : 2 g, 28 g, 32 g. Gasskonstanten: $R = 8.314$ J/mol K. Gravitasjonskonstanten: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².]

Oppgave 3

Et elektron har kvantisert magnetisk moment

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{S}.$$

Her er $-e$, m_e og $\mathbf{S}$ hhv ladningen, massen og spinnet til elektronet. I et ytre magnetfelt $\mathbf{B} = B \hat{z}$ vil elektronspinnets komponent S_z i magnetfeltets retning kun ha to mulige verdier, $\pm \hbar/2$, slik at den potensielle energien $-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ (jf grunnleggende magnetostatikk) kun kan ha verdien $E_- = -\mu_B B$ eller $E_+ = \mu_B B$, svarende til at $\boldsymbol{\mu}$ peker i hhv samme retning som $\mathbf{B}$ eller motsatt retning av $\mathbf{B}$. Her er $\mu_B = e\hbar/2m_e$ en såkalt Bohr-magneton.

I termisk likevekt er sannsynligheten $p(s)$ for at elektronet befinner seg i den ene eller den andre av de to mulige tilstandene (med $s = \pm 1$ svarende til $E_{\pm}$)

$$p(s) = C e^{-sx},$$

dvs proporsjonal med Boltzmannfaktoren. Her er C en normeringskonstant, og $x = \mu_B B/kT$ er en dimensjonsløs størrelse som angir spinnets potensielle energi i magnetfeltet relativt den tilgjengelige termiske energien kT .

- a) Beregn normeringskonstanten C , og bestem dermed partisjonsfunksjonen $Z = 1/C$.

b) Elektronets midlere magnetiske moment m er gitt ved

$$m = \langle \mu \rangle = \sum_{s=\pm 1} (-s) \mu_B p(s).$$

[Minustegn foran s fordi $s = 1$ tilsvarer μ i negativ z -retning.] Med N slike elektroner, hva blir systemets magnetisering M (dvs magnetisk moment pr volumenhet)? Vis at dette resultatet er i samsvar med Curies lov, $M \sim 1/T$, for høye temperaturer (evt svakt magnetfelt). Hva blir M dersom $\mu_B B \gg kT$? Enn hvis $T = 0$? Er disse svarene rimelige?

Et par svar og opplysninger:

Oppgave 2b: Jorda, N_2 : $T < 3900$ K.

Oppgave 3b: $m = \mu_B \tanh x$. $\tanh x = x$ for $x \ll 1$. $\tanh x = 1$ for $x \gg 1$.

Oppgave 4. Absorpsjonskjøleskapet

Absorpsjonskjøleskapet ble oppfunnet i 1922 av de to svenske ingeniørstudentene Baltzar von Platen og Carl Munters. (Prinsippet var kjent mye tidligere.) I motsetning til det mer alminnelige kompressorkjøleskapet fungerer absorpsjonskjøleskapet uten motor og tilførsel av arbeid. Oppvarming med f.eks en liten propanflamme gir den ønskede avkjølingen. I denne oppgaven skal vi bestemme teoretisk virkningsgrad for et absorpsjonskjøleskap.

La oss imidlertid først skissere virkemåten (se figur):

Ammoniakk (NH_3) drives ut av en vannløsning med varmetilførsel (i generatoren, ved temperaturen T_3). Noe vann blir med, men dette renner tilbake fra separatoren til absorbatoren, mens ammoniakkgassen stiger videre. Ved hjelp av god termisk kontakt til omgivelsene avkjøles ammoniakkgassen slik at den kondenserer til væske (ved temperatur T_2). Denne væsken renner så ut i en krets der det også sirkulerer hydrogengass (H_2). Her fordampes NH_3 ved lavt partialtrykk, mens H_2 sørger for at totaltrykket opprettholdes. Det er nettopp denne fordampingen som gir kjølevirkningen (inni kjøleskapet, ved temperatur T_1). Deretter blir NH_3 absorbert i vannet (i absorbatoren), som i mellomtiden er blitt avkjølt (til omgivende temperatur T_2). Til slutt renner vann-ammoniakk-løsningen tilbake til generatoren, hvorefter en ny syklus kan starte, med oppvarming fra propanflammen. Vann og ammoniakk har altså strømmet i hver sin krets etter at de ble separert ved oppvarmingen for så å møtes igjen i absorbatoren. Hydrogengass blir hindret fra å komme ut i vann/ammoniakk-kretsene med vannlåser, på samme vis som vond lukt blir hindret fra å komme ut av et kloakkanlegg.

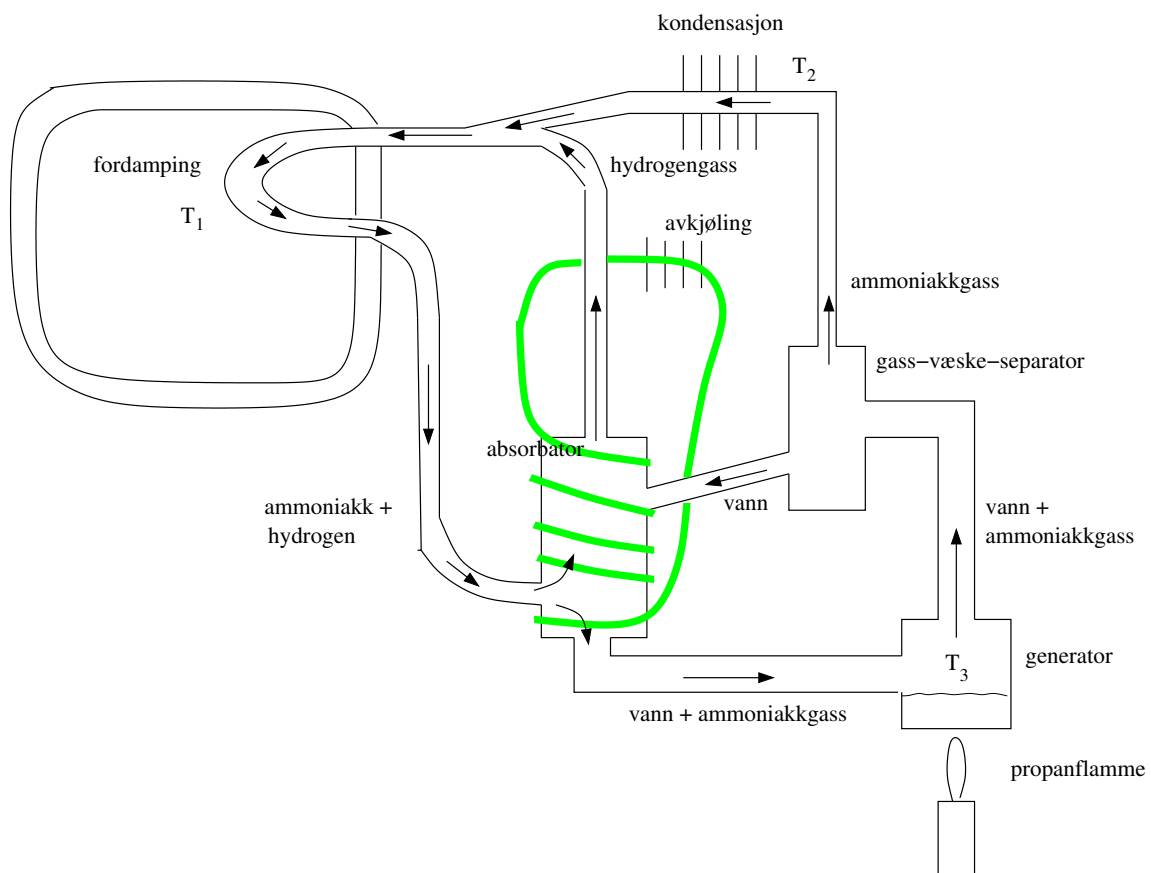
Nå til selve oppgaven:

Anta at kjølesystemet tilføres en varmemengde Q_3 fra varmekilden ved temperaturen T_3 . Samtidig tilføres kjølesystemet også varmemengden Q_1 fra det indre av kjøleskapet ved temperaturen T_1 . Energibevarelse for kretsprosessen innebærer at den tilførte varmen må avgis til omgivelsene som har temperaturen T_2 . For et slikt kjøleskap er derfor $T_3 > T_2 > T_1$. Den aktuelle virkningsgraden vil være forholdet $\varepsilon_K = Q_1/Q_3$, siden Q_1 representerer "nyttien" (varmen fjernet fra kjøleskapet) mens Q_3 representerer "kostnaden" (varmen tilført med propanflammen). Vis at den teoretisk sett maksimale virkningsgraden er

$$\varepsilon_K = \frac{T_1(T_3 - T_2)}{T_3(T_2 - T_1)}.$$

Hint: Anta at kretsprosessen er reversibel, slik at total entropi (for system og omgivelser) ikke endrer seg pr syklus. (Alternativt kan du betrakte et slikt kjøleskap som en Carnotmaskin som opererer mellom temperaturene T_3 og T_2 , og som driver en kjølemaskin som opererer mellom temperaturene T_1 og T_2 .)

Bestem tallverdi for ε_K med temperaturverdiene $T_1 = 277$ K, $T_2 = 293$ K og $T_3 = 373$ K.



Absorpsjonskjøleskap.