

FORMLER TFY4165 10. AUGUST 2023

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene.

Utvidelseskoeffisienter, trykk-koeffisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_p = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$dQ = dU + dW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$
$$C_p - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandsligning:

$$pV = Nk_B T = nRT$$

van der Waals tilstandsligning for 1 mol fluid:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$dQ = 0$$

Adiabatisk prosess for ideell gass:

$$pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = \text{konst} \quad (\gamma = C_p/C_V)$$

Joule-Thomson-koeffisienten:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H = \frac{V \cdot (T\alpha_V - 1)}{C_p}$$

Inversjonskurve ($\mu_{JT} = 0$) for van der Waals fluid:

$$\tilde{p} = -3t^2 + 4t - 1 \quad ; \quad \tilde{p} = b^2 p/a \quad ; \quad t = \sqrt{RbT/2a}$$

PCH 4.18:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_2}$$

Virkningsgrad for Carnot-varmekraftmaskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_1}{W} \right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left| \frac{Q_2}{W} \right|$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2k_B T} \quad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_B T} \quad f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T}$$

Gauss-integraler:

$$I_0(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$
$$I_2(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc}$$

Ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $k_B T/2$ til midlere energi pr partikkel.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_n e^{-E_n/k_B T} = e^{-\beta F} \quad (\beta = 1/k_B T)$$

Boltzmannstatistikk:

$$P_n = Z^{-1} e^{-E_n/k_B T}$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \quad \oint dS = 0 \quad \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$
$$dS = C_V \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV$$

Boltzmanns definisjon av entropi:

$$S = k_B \ln \Omega$$

Stirlings formel:

$$\ln N! \simeq N \ln N - N \quad (N \gg 1)$$

Eksergi:

$$W_{\text{max}} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left(\frac{\partial G}{\partial N_j} \right)_{p, T, N_{i \neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k_B \sum_j N_j \ln x_j \quad \mu_j = \mu_j^0 + k_B T \ln x_j$$

(Clausius-) Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{L}{T\Delta V}$$

Damptrykk-kurve:

$$p(T) = p(T_0) \exp \left[\frac{l}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

Kritisk punkt:

$$\frac{\partial p}{\partial V} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = 0$$

Kritisk punkt for van der Waals fluid (1 mol):

$$T_c = \frac{8a}{27Rb} \quad ; \quad p_c = \frac{a}{27b^2} \quad ; \quad V_c = 3b$$

Gass-væske likevekt for van der Waals fluid (Maxwells konstruksjon):

$$\int_g^v V dp = 0$$

Damptrykknedsettelse, kokepunktforhøyelse, frysepunktnedsettelse, osmose:

$$\frac{\Delta p}{p_0} = -x_s \quad ; \quad \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{RT_0 x_s}{l_f} \quad ; \quad \frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{RT_0 x_s}{l_{sm}} \quad ; \quad \Delta p = \frac{nRT}{V}$$

Strålingshulrom, energitetthet, trykk og entropi:

$$u = \alpha T^4 \quad ; \quad p = \frac{1}{3}u \quad ; \quad S(V, T) = \frac{4}{3}\alpha VT^3 \quad ; \quad \alpha = \frac{\pi^2 k_B^4}{15\hbar^3 c^3}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{d\nu} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$j(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \quad (\sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^2)$$

Wiens forskyvningslov:

Maksimal strålingsintensitet for $\lambda T = 2.898 \text{ mm K}$

Konveksjon og varmeovergangstall α :

$$j = \alpha \Delta T$$

Fouriers lov:

$$\mathbf{j} = -\kappa \nabla T$$

Varmemotstand:

$$\Delta T = R_Q P \quad ; \quad R_Q = \frac{a}{\kappa A}$$

Fouriers lov med hhv sylinder- og kulesymmetri:

$$\frac{dQ/dt}{L} = \frac{2\pi\kappa(T_2 - T_1)}{\ln(r_1/r_2)} \quad ; \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{4\pi\kappa(T_2 - T_1)}{1/r_2 - 1/r_1}$$

Varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T \quad ; \quad D_T = \kappa / c \quad ; \quad c = C / V = \text{varmekapasitet pr volumenhet}$$

Ficks lov:

$$\mathbf{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonsligningen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

Konstanter:

$$\begin{aligned} k_B &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/molK} \\ N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ h &= 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad ; \quad \hbar = h / 2\pi \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2 \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Prefikser:

$$\text{f} = 10^{-15}, \text{ p} = 10^{-12}, \text{ n} = 10^{-9}, \mu = 10^{-6}, \text{ m} = 10^{-3}, \text{ k} = 10^3, \text{ M} = 10^6, \text{ G} = 10^9, \text{ T} = 10^{12}$$