

TFY4215 Innføring i kvantefysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 1.

Oppgave 1

Inspeksjon av en fotball eller et bilde av en fotball eller en buckyball på nett viser at det går ca 5 bindingslengder på lengden mellom diametralt motsatte atomer. Med bindingslengde $1.4 \text{ \AA}$ er dette ca $7 \text{ \AA}$. Et tillegg på $3 \text{ \AA}$ for elektronskyen på utsiden gir en diameter omkring 1 nm .

Riktig svar: B.

Oppgave 2

Massen til 1 karbonatom er ca 12 u , der 1 u er ca $1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. En buckyball har da masse $60 \cdot 12 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \simeq 1.2 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$. Impulsen er da: $p = mv = 1.2 \cdot 10^{-24} \cdot 117 = 1.4 \cdot 10^{-22} \text{ kg m}$.

Riktig svar: D.

Oppgave 3

Kinetisk energi: $K = mv^2/2 = 1.2 \cdot 10^{-24} \cdot 117^2/2 = 8.2 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0.051 \text{ eV} = 51 \text{ meV}$.

Riktig svar: D.

Oppgave 4

Bølgelengde: $\lambda = h/p = 6.626 \cdot 10^{-34}/1.4 \cdot 10^{-22} = 4.7 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 4.7 \text{ pm}$.

Riktig svar: A.

Oppgave 5

Her er $\lambda/d = 4.7 \cdot 10^{-12}/100 \cdot 10^{-9} = 4.7 \cdot 10^{-5}$, som er mye mindre enn 1. Dermed er $\theta = \lambda/d = 4.7 \cdot 10^{-5}$ (radianer) for 1. ordens maksimum. Hvis vi kaller avstanden mellom 0. og 1. ordens maksimum på detektoren for z , har vi $\tan \theta = z/L$, med $L = 1.2 \text{ m}$. Med $\theta \ll 1$ kan vi sette $\tan \theta = \theta$, slik at $z = \theta L = 4.7 \cdot 10^{-5} \cdot 1.2 = 5.7 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 57 \text{ }\mu\text{m}$.

Riktig svar: E.

Oppgave 6

Antall molekyler pr volumenhet i strålen (med partikkelfluks I og hastighet v): $n = I/v = 3 \cdot 10^{13}/200 = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$. Midlere volum pr molekyl: $V = 1/n = 6.7 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$. Dette tilsvarer en boks med sidekanter $L = V^{1/3} = 1.9 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 190 \text{ }\mu\text{m}$. Dette blir da omtrentlig avstand mellom "nabomolekyler" i strålen, og dette er mye lenger enn apparaturens utstrekning i strålens retning. Vi må derfor konkludere med at molekylerne stort sett interfererer med seg selv.

Riktig svar: C.

Oppgave 7

Nevneren blir til laveste ikke-trivielle orden lik $h\nu/k_B T$, slik at $dj/d\nu$ blir proporsjonal med ν^2 , Rayleigh-Jeans' lov.

Riktig svar: C.

Oppgave 8

Ombytte fra ν til $\lambda = c/\nu$ som variabel gir:

$$d\nu \frac{dj}{d\nu} \sim \nu^2 d\nu = \left(-\frac{cd\lambda}{\lambda^2}\right) \cdot \frac{c^2}{\lambda^2} \sim 1/\lambda^4$$

Riktig svar: E.

Oppgave 9

Ombytte fra ν til $\lambda = c/\nu$ som variabel gir:

$$d\nu \nu^3 = \left(-\frac{cd\lambda}{\lambda^2}\right) \cdot \frac{c^3}{\lambda^3} \sim 1/\lambda^5$$

Riktig svar: A.

Oppgave 10

Vi deriverer $dj/d\nu$ mhp ν , evt mhp $x = h\nu/k_B T$ og setter lik null for å finne kurvens topp-punkt. Litt rydding gir ligningen under A.

Riktig svar: A.

Oppgave 11

Samme strategi som i forrige oppgave. Eneste forskjell blir at 3 erstattes av 5, siden frekvensfordelingen er proporsjonal med ν^3 , mens bølgelengdefordelingen er proporsjonal med $1/\lambda^5$.

Riktig svar: B.

Oppgave 12

Ligningen for x i oppgave 10 har løsning $x \simeq 2.8214$. Det betyr at frekvensfordelingen har maksimalverdi for frekvens $\nu = 5.876 \cdot 10^{10} T$ Hz, når T settes inn med enhet K. En temperatur 6000 K gir da ca 350 THz.

Riktig svar: E.

Oppgave 13

Helt tilsvarende oppgave 12, med $T = 303$ K. Gir frekvens ca 18 THz.

Riktig svar: E.

Oppgave 14

Ligningen for z i oppgave 11 har løsning $z \simeq 4.965$. Det betyr at bølgelengdefordelingen har maksimalverdi for $\lambda = 0.0029/T$ m, når T settes inn med enhet K. En temperatur 6000 K gir da ca 480 nm.

Riktig svar: A.

Oppgave 15

Helt tilsvarende oppgave 14, med $T = 303$ K. Gir bølgelengde ca 10 μm .

Riktig svar: B.

Oppgave 16

$T = 0.0029/0.001 = 2.9$ K. (Maksimum er ved en bølgelengde som er litt mer enn 1 mm, derfor 2.7 K.)

Riktig svar: E.

Oppgave 17

$\lambda_C = h/mc = 6.626 \cdot 10^{-34} / 12 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8 = 0.11$ fm.

Riktig svar: A.

Oppgave 18

$W = hc/\lambda - eU = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 180 \cdot 10^{-9} - 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.8 = 5.1$ eV.

Riktig svar: E.

Oppgave 19

Minste frekvens som gir fotoelektrisk effekt er $\nu_0 = W/h$, slik at største bølgelengde som gir fotoelektrisk effekt er $\lambda_0 = c/\nu_0 = hc/W = 244$ nm.

Riktig svar: C.

Oppgave 20

Bundne tilstander i He^+ -ioner har energi $E_n = -Z^2 \cdot 13.6/n^2$ eV, med $Z = 2$ for helium. Eksitasjon fra grunntilstanden ($n = 1$) til 1. eksiterte tilstand ($n = 2$) gir størst mulig bølgelengde, slik at $\lambda = c/\nu = hc/(E_2 - E_1)$. I helium er $E_2 - E_1 = 40.8$ eV, slik at $\lambda = 30$ nm.

Riktig svar: B.