TFY4215 Innføring i kvantefysikk. Institutt for fysikk, NTNU.
Løsningsforslag til Test 3.

Oppgave 1
Vi har

$$\begin{aligned}\hat{p}\Psi(x,0) &= \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\sqrt{\kappa}e^{-\kappa|x|+ikx} \\ &= \frac{\hbar\sqrt{\kappa}}{i}(\mp\kappa + ik)e^{\mp\kappa x+ikx}\end{aligned}$$

der øvre fortegn gjelder for $x > 0$ og nedre fortegn for $x < 0$. Videre er

$$\langle p\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*(x,0)\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\Psi(x,0)\,dx.$$

Når vi her deler opp integralet over hhv negative og positive verdier av x, ender vi (som ventet?) opp med $\hbar k$.
Riktig svar: A.

Oppgave 2
Som i oppgave 1 må vi passe på fortegnene for hhv positive og negative x. Gjør vi det, og bruker definisjonen av j, ender vi opp med alternativ C.
Riktig svar: C.

Oppgave 3
$\hat{L}_z$ inneholder x, y og partiellderiverte mhp x og y, mens $\hat{p}_z$ bare inneholder partiellderivert mhp z. Da er det klart at disse to operatorene kommuterer med hverandre.
Riktig svar: E.

Oppgave 4
$\hat{p}_x$ kommuterer ikke med leddet $x\hat{p}_y$ i $\hat{L}_z$.
Riktig svar: B.

Oppgave 5
Derivasjon av $1/x$ mhp x gir $-1/x^2$, så D må være riktig svar.
Riktig svar: D.

Oppgave 6
Her er $l = 1$, slik at $L = \sqrt{1\cdot 2}\hbar$.
Riktig svar: D.

Oppgave 7
Bare en komponent av dreieimpulsen kan være skarp om gangen.
Riktig svar: B.

Oppgave 8
Siden $\widehat{L}_x Y_{p_x} = 0$, beskriver Y_{p_x} en tilstand med $l = 1$ og $L_x = 0$. Videre vet vi at Y_{p_x} er en lineærkombinasjon av Y_{11} og $Y_{1,-1}$ (se f eks eksamensformelarket). Dette betyr at det for en partikkel som beskrives av Y_{10} ikke er mulig å måle $L_x = 0$, men kun $\hbar$ eller $-\hbar$, med like stor sannsynlighet. Forventningsverdien blir dermed 0.
Riktig svar: A.

Oppgave 9
Her er $l = 1$, slik at $L = \sqrt{1 \cdot 2}\hbar$.
Riktig svar: D.

Oppgave 10
Denne lineærkombinasjonen er egenfunksjon til $\hat{L}_x$, med egenverdi 0.
Riktig svar: A.

Oppgave 11
Med skarp L_x er L_z (og L_y) uskarp(e).
Riktig svar: B.

Oppgave 12
Partikkelen befinner seg i en egentilstand til $\hat{L}_x$, uttrykt som en lineærkombinasjon av Y_{11} og Y_{1-1}, dvs med $m_l = \pm 1$, slik at mulige måleresultater ved en måling av L_z er $\pm\hbar$. Når L_x er skarpt definert, her med verdi 0, er det ingenting spesielt med z-aksen, sammenlignet med y-aksen. Da må det også være slik at en måling av L_y bare kan gi som resultat $\pm\hbar$.
Riktig svar: C.

Oppgave 13
Vi har
$$(x^2 - y^2)/r^2 = \sin^2\theta \left(\cos^2\phi - \sin^2\phi\right) = \sin^2\theta\cos 2\phi,$$
som tilsvarer $Y_{22} + Y_{2-2}$.
Riktig svar: C.

Oppgave 14
Vi har
$$xy/r^2 = \sin^2\theta\cos\phi\sin\phi = \sin^2\theta \cdot \frac{1}{2}\sin 2\phi,$$
som tilsvarer $Y_{22} - Y_{2-2}$.
Riktig svar: D.

Oppgave 15
Vi har
$$zx/r^2 = \cos\theta\sin\theta\cos\phi,$$
som tilsvarer $Y_{21} - Y_{2-1}$.
Riktig svar: B.