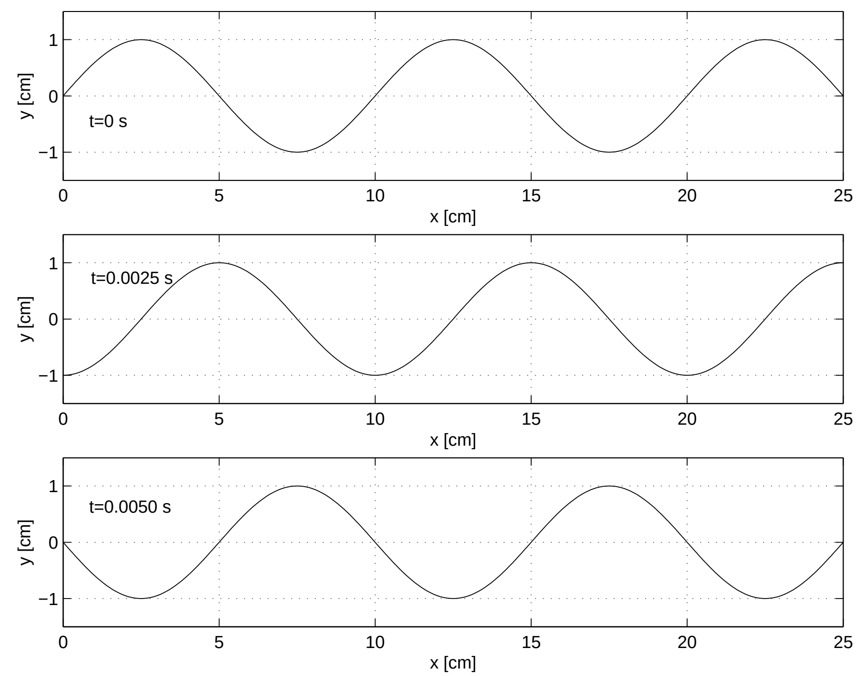
Løsning Øving 1

Løsning oppgave 1

a)

$$y = A\sin(kx - \omega t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \tag{1}$$

med $A = 0.010$ m, $T = 0.010$ s, $\lambda = 0.10$ m.



Utsvinget vil bli det samme som for $t = 0$ for $\underline{\underline{t = n \cdot 1.0 \cdot 10^{-2}\ \text{s}}}$ der $n = 1, 2, 3, \ldots$.

b) Vi ser av figuren ovenfor at: $\underline{\underline{T = 0.010\ \text{s}}}$.

c) Vi ser også av figuren ovenfor at: $\underline{\underline{\lambda = 0.10\ \text{m}}}$.

d) En bølgetopp forplanter seg en bølgelengde $\lambda = 0.10$ m på en periode $T = 0.010$ s. Altså er fasehastigheten

$$v_f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.10\ \text{m}}{0.010\ \text{s}} = \underline{\underline{10\ \text{m/s}}}.$$

Hastigheten til strengelementene (i y-retning) er gitt ved:

$$v_p = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(A\sin(kx - \omega t)\right) = -\omega A\cos(kx - \omega t). \tag{2}$$

Maksimalverdien av $\cos(kx-\omega t)$ er 1. Altså er maksimalhastighet for et strengelement:

$$v_p^{\text{maks}} = \omega A = 2\pi \cdot 1.0 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} \cdot 0.010 \text{ m} = 2\pi \text{ m/s} \approx \underline{\underline{6.3 \text{ m/s}}}$$

e)

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(A\sin(kx-\omega t)\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(-\omega A\cos(kx-\omega t)\right) = -\omega^2 A\sin(kx-\omega t) \tag{3}$$

som har maksimalverdi:

$$a^{\text{maks}} = \omega^2 A = \left(2\pi\cdot 1.0\cdot 10^2 \text{ s}^{-1}\right)^2 \cdot 0.010 \text{ m} = \underline{\underline{3.9\cdot 10^3 \text{ m/s}^2}}.$$

f) Vi har

$$\sin u = \cos\left(u - \frac{\pi}{2}\right).$$

Derfor, dersom vi velger $\underline{\underline{\varphi = -\frac{\pi}{2}}}$, vil $y = A\cos(kx-\omega t+\varphi)$ beskrive samme bølge som $y = A\sin(kx-\omega t)$.

<u>Merknad:</u> Fra (1), (2) og (3) har vi:

$$\begin{aligned}
y &= A\sin(kx-\omega t)\\
v_p &= -\omega A\cos(kx-\omega t) = -\omega A\sin\left(kx-\omega t+\frac{\pi}{2}\right)\\
&= \omega A\sin\left(kx-\omega t-\frac{\pi}{2}\right) = \omega A\sin\left[kx-\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)\right]\\
a &= -\omega^2 A\sin(kx-\omega t) = \omega^2 A\sin(kx-\omega t-\pi) = \omega^2 A\sin[kx-(\omega t+\pi)].
\end{aligned}$$

Med andre ord så sier vi at a i tid er faseforskjøvet $\pi/2$ foran v_p som igjen er faseforskjøvet $\pi/2$ foran y.