ØVING 14

Veiledning: *28.11*
Innleveringsfrist: *01.12*

Oppgave 1

Vis ved utregning at lign. (5.49) i forelesningsnotatene gir lign. (5.48), dvs. at uttrykket for relativistisk kinetisk energi E_k er gitt ved:

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

der m er partikkelens masse og v er dens hastighet.

Oppgave 2 (Eksamen 17.12.1996, oppgave 1e)

Hydrogenatomet sender ut lys med bølgelengde $\lambda_0 = 486$ nm (ved høye temperaturer).

Denne samme spektrallinja blir observert i lyset fra to galakser som befinner seg på samme område på himmelen, med bølgelengde $\lambda_1 = 571$ nm og $\lambda_2 = 645$ nm målt her på jorda.

Bestem hvilke bølgelengder λ_1' og λ_2' lyset fra galakse "1" ville ha på galakse "2" og omvendt.

Fasit: 548.8 nm

Oppgave 3

a) Beregn de-Broglie-bølgelengden til en tennisball med masse 0.058 kg og hastighet 25 m/s!

b) I elektronmikroskop nyttes elektronstråler med elektroner som har energi for eksempel 40 keV. Beregn de-Broglie-bølgelengden for slike elektroner! (Elektronmassen $m_e = 9.110 \cdot 10^{-31}$ kg.)

c) Hvorfor ble ikke interferenseffekter fra materiebølger oppdaget allerede i 1910 da Rutherford og medarbeidere spredte 7.7 MeV α-partikler (He-kjerner) på metallfolier, men påvist i 1927 da Davisson og Germer spredte elektroner med energi av størrelsesorden 100 eV på nikkelkrystaller? (α-partikkelmassen $m_\alpha = 6.647 \cdot 10^{-27}$ kg).

Oppgitt: For Bragg-refleksjon fra parallelle krystallplan har vi:

$$2d \sin\theta = n\lambda$$

hvor d er avstanden mellom krystallplan, θ er refleksjonsvinkelen (målt fra planet), λ er bølgelengden og $n = 1, 2, 3, \ldots$ for konstruktiv interferens.

d) Nøytroner er velegnede til strukturundersøkelser av faste stoffer med gitterkonstanter av størrelsesorden 1 Å. Sannsynliggjør det ved å beregne midlere bølgelengde for termiske nøytroner ved 100° C! Anta at nøytronene har Maxwell-hastighetsfordeling med sannsynlighetstetthet:

$$p(v) = \left(\frac{m_n}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/2k_B T}$$

der $m_n = 1.673 \cdot 10^{-27}$ kg.

Fasit: a) $4.6 \cdot 10^{-34}$ m b) 0.061 Å d) 1.80 Å

Oppgave 4

Vi skal i denne oppgaven betrakte samme situasjon som Youngs interferensforsøk som den betraktet i forelesningene i kap. 4.4. Imidlertid skal vi her betrakte en elektron-"bølge" i stedet for en lysbølge.

Vi antar altså at en "planbølge" med elektroner som kommer normalt inn mot en skjerm med to spalter som illustrert på figuren på neste side. Med tilstrekkelig trange spalter sammenlignet med elektronenes de-Broglie-bølgelengde $\left(\lambda = \frac{h}{p}\right)$ vil vi da i punktet P på skjermen (for et elektron bøyd vinkelen θ) ha:

$$\Psi_\theta = \Psi_1 + \Psi_2$$

der Ψ_1 er bølgefunksjonen fra åpning 1 og Ψ_2 er bølgefunksjonen fra åpning 2. Merk at Ψ_θ er bølgefunksjonen for ett elektron. Vi antar også her at $d \ll l$ og har da for Ψ_1 og Ψ_2:

$$\Psi_1 = \psi_0 e^{i[kr - \omega t - \varphi]}$$
$$\Psi_2 = \psi_0 e^{i[k(r+\Delta r) - \omega t - \varphi]}$$

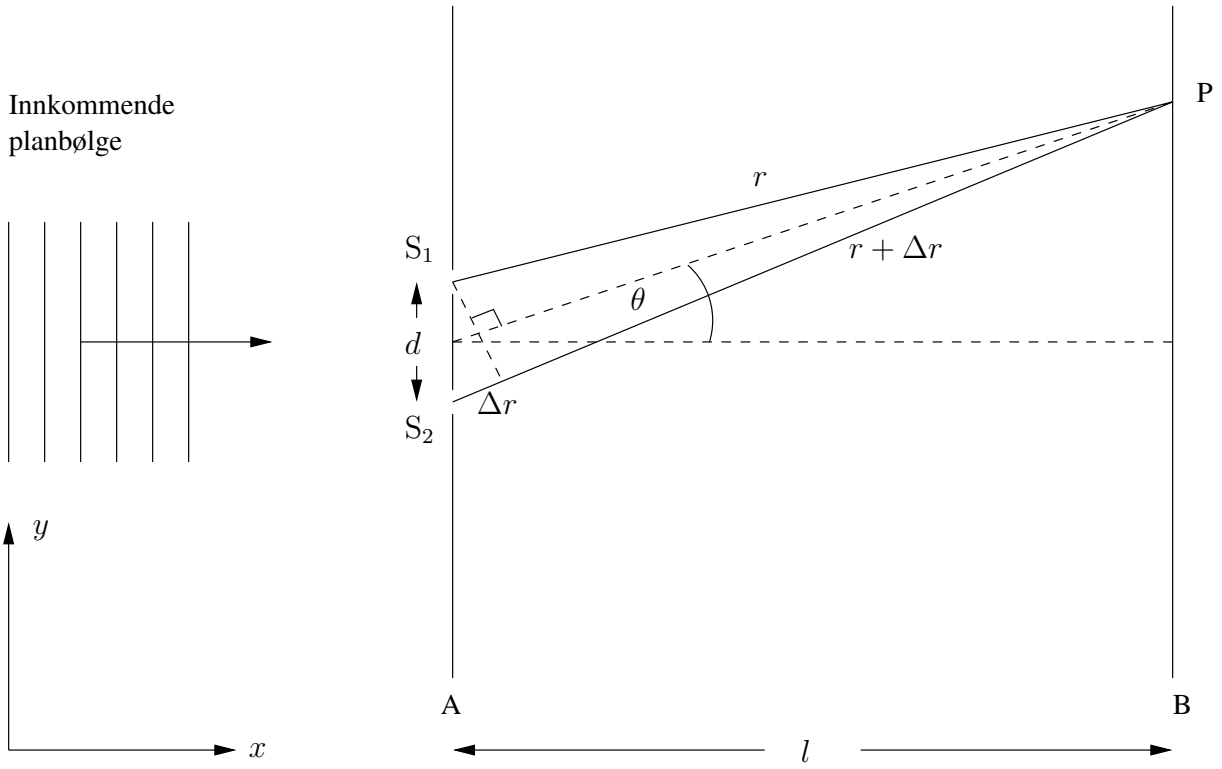
der $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar}$, r er avstanden fra spalt 1 til punktet P og $r + \Delta r$ er avstanden fra spalt 2 til punktet P. φ er en fasekonstant.

a) Beregn sannsynlighetstettheten $|\Psi_\theta|^2$ for elektronets treffpunkter s.f.a. $\delta = kd\sin\theta$! (Merk at dette kan gjøres helt tilsvarende som beregningen av I_θ i oppgave 3 i øving 12 selv om Ψ_1 og Ψ_2 ikke er reelle bølger.)

b) Sammenlign resultatet du her får for $|\Psi_\theta|^2$ med det en fikk for I_θ i oppgave 3 i øving 12!

c) Vi antar nå at elektronene som kommer inn mot dobbeltspalten har impuls $p = 1.0 \cdot 10^{-22}$ kg m/s. Videre antar vi $d = 2.0$ μm og $l = 2.0$ m.

Hva ville da avstanden mellom to nabomaksima bli på skjermen der vi registrerer elektronenes treffpunkter? (Vi antar $\sin\theta \ll 1$).

Oppgitt: $h = 6.6256 \cdot 10^{-34}$ Js.

Fasit: c) 6.6 μm