Løsning Øving 9

Løsning oppgave 1

a) Langs x-aksen er $y = 0$, og maksima fås når delbølgene er i fase, dvs:

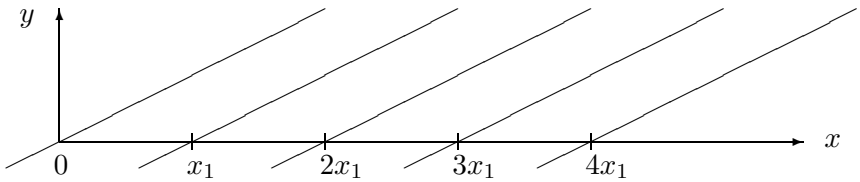
$$-kx_n + n \cdot 2\pi = -k\cos\theta\, x_n$$

$$\Rightarrow x_n = \frac{n \cdot 2\pi}{k(1-\cos\theta)} = \underline{\underline{\frac{n\lambda}{1-\cos\theta}}} = n \cdot 1.323 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

b)

$$-kx + n \cdot 2\pi = -k\cos\theta\, x - k\sin\theta\, y \ \Rightarrow\ y = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\, x - \frac{n \cdot 2\pi}{k\sin\theta}$$

$$y = \underline{\underline{\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}x - \frac{n\lambda}{\sin\theta}}} = 0.502x - n \cdot 6.64 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$



Løsning oppgave 2

a) Oppgaven beskriver samme situasjon som den som gir ligning (3.40) i punkt 3.7 i forelesningene. Vi har derfor:

$$D(x,t) = 2D_0 \sin kx \sin(\omega t + \varphi) \tag{1}$$

der $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ må være gitt ved (ifølge det som er oppgitt og punkt 3.7 i forelesningene)

$$\frac{3\lambda}{2} = 1.80\ \text{m} \quad \text{dvs.} \quad \lambda = 1.20\ \text{m}$$

og

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5.23\ \text{m}^{-1} \tag{2}$$

Videre:

$$2D_0 = \frac{12.0}{2}\ \text{cm} = 6.0\ \text{cm} \tag{3}$$

$$\omega = 2\pi f = 754\ \text{rad/s} \tag{4}$$

(2),(3) og (4) i (1) gir:

$$\underline{\underline{D(x,t)}} = \underline{\underline{0.060\ \text{m} \cdot \sin\left(5.23\ \text{m}^{-1} \cdot x\right) \sin\left(754\ \text{rad/s} \cdot t + \varphi\right)}}$$

der φ er en vilkårlig fasekonstant.

b) Fra forelesningene i punkt (3.7) har vi at de to vandrebølgene er gitt ved ligning (3.29) og (3.30). Her er $\varphi_1 = \varphi$ og $\varphi_2 = \varphi + \pi$ ifølge forelesningene s. 123. k, D_0 og ω er gitt i punkt a. Dermed:

$$D_1(x,t) = \underline{\underline{0.030 \text{ m} \cdot \cos\left(5.23 \text{ m}^{-1} \cdot x - 754 \text{ rad/s} \cdot t - \varphi\right)}}$$

og

$$\begin{aligned} D_2(x,t) &= 0.030 \text{ m} \cdot \cos\left(5.23 \text{ m}^{-1} \cdot x + 754 \text{ rad/s} \cdot t + \varphi + \pi\right) \\ &= \underline{\underline{-0.030 \text{ m} \cdot \cos\left(5.23 \text{ m}^{-1} \cdot x + 754 \text{ rad/s} \cdot t + \varphi\right)}} \end{aligned}$$

der φ er en vilkårlig fasekonstant.

Løsning oppgave 3

a) Ifølge (1.54) i forelesningene har vi for svevningsfrekvensen f_s enten:

$$f_s = f_2 - f_1 \tag{5}$$

eller:

$$f_s = f_1 - f_2 \tag{6}$$

der f_1 og f_2 er frekvensen til fiolin 1 og 2. (5) gir:

$$f_2 = f_1 + f_s = 443 \text{ Hz}$$

og (6) gir:

$$f_2 = f_1 - f_s = 437 \text{ Hz}$$

så f_2 er 437 Hz eller 443 Hz.

b) Ifølge ligning (3.39) i forelesningene må f_2 øke når vi strammer. Siden f_s nå er 4 Hz, må vi derfor ha:

$$f_2 = f_1 + f_s = 444 \text{ Hz}$$

og siden stramningen var liten (en øvet fiolinstemmer vet hva det vil si) kan stemmeren slutte seg til at frekvensen før stramning var:

$$\underline{\underline{f_2}} = \underline{\underline{443 \text{ Hz}}}$$

(Det beklages at "definisjonen" av "litt" stramning ikke var tatt inn i oppgaveteksten.)

Løsning oppgave 4 (Oppg. 5, Eksamen 22/8-92)

a) Bølgelengden $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{320}{500}$ m = $\underline{\underline{0.64 \text{ m}}}$
Avstanden mellom nabomaksima = $\frac{\lambda}{2} = OP$

$$PQ = 3 \cdot OP = 3\frac{\lambda}{2} = 3\frac{0.64}{2} \text{ m} = \underline{\underline{0.96 \text{ m}}}$$

b) Avstanden OP mellom nabomaksima er en halv bølgelende, som tilsvarer faseforskjell π. Avstanden OQ er to bølgelengder som tilsvarer faseforskjell 4π. I punktene O og P er derfor mikrofonspenningene og stråleavbøyningene på skjermen i motfase, i O og Q i fase:

$$\text{I punktet } O\text{: } x = a\cos\omega t$$
$$\text{I punktet } P\text{: } y = -b\cos\omega t$$
$$\text{I punktet } Q\text{: } y = b\cos\omega t$$

Med mikrofonene i O og P blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $-b/a = -1$ dersom $b = a$.
Med mikrofonene i O og Q blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $b/a = 1$ dersom $b = a$.