Løsning Øving 1

Løsning oppgave 1

a) Fra forelesningene lign. (2.3) har vi:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.40}{0.025}}\ \text{rad/s} = \underline{\underline{4.0\ \text{rad/s}}} \tag{1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{\underline{1.6\ \text{s}}} \tag{2}$$

b) Oppgitt:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{3}$$

$$x(0) = x_0 = 0.10\ \text{m} \tag{4}$$

$$v(0) = v_0 = 0.40\ \text{m/s} \tag{5}$$

som gir:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \tag{6}$$

$$x(0) = A\cos\varphi = 0.10\ \text{m} \tag{7}$$

$$v(0) = -\omega A \sin\varphi = 0.40\ \text{m/s}. \tag{8}$$

Lign. (8) dividert med lign. (7) gir:

$$-\omega \tan\varphi = 4.0\ \text{s}^{-1}$$

$$\tan\varphi = -\frac{4.0}{4.0} = -1.0$$

$$\varphi = \underline{\underline{-45^\circ}} \tag{9}$$

Lign. (9) innsatt i (7) gir

$$A\cos(-45^\circ) = 0.10\ \text{m} \tag{10}$$

$$A = \frac{0.10\ \text{m}}{\cos 45^\circ} = \underline{\underline{0.14\ \text{m}}} \tag{11}$$

c) Energien er f.eks. lik maksimal potensiell energi og dermed (ved hjelp av lign. 2.22 i forelesningene):

$$E = E_{p_{\text{maks}}} = \frac{1}{2}kA^2 = \underline{\underline{4.0 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}} \tag{12}$$

Løsning oppgave 2

a) Vi kaller lengden fjær 1 blir strukket eller sammentrykt for x_1 og tilsvarende for fjær 2 for x_2. Forskyvning av likevektsposisjon til massen m kaller vi x og må da ha:

$$x = x_1 + x_2. \tag{13}$$

Fjærene er antatt å være masseløse. Kreftene som virker på dem må derfor være like, dvs.

$$F = -k_1 x_1 = -k_2 x_2. \tag{14}$$

Newtons andre lov for massen m gir svingeligningen for systemet:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k_1 x_1 = -k_2 x_2 \equiv -kx, \tag{15}$$

der vi har kalt resulterende fjærkonstant for k.
Fra lign. (14) og (15) har vi:

$$F = -kx = -k_1 x_1 = -k_2 x_2, \tag{16}$$

som gir:

$$x = -\frac{F}{k}, \quad x_1 = -\frac{F}{k_1}, \quad x_2 = -\frac{F}{k_2}$$

og dermed fra:

$$x = x_1 + x_2$$

får vi:

$$\begin{aligned} -\frac{F}{k} &= -\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} \\ \frac{1}{k} &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \\ k &= \underline{\underline{\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}}}. \end{aligned} \tag{17}$$

Ved sammenligning med lign. (2.3), (2.4) og (2.6) i forelesningene har vi da:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = \underline{\underline{2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1 k_2}}}} = \underline{\underline{2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)}}} \tag{18}$$

b) I dette tilfellet må den lengden fjær 1 blir sammentrykket være lik lengden fjær 2 blir strukket og motsatt. Kaller vi forskyvning av massen m for x, må vi derfor ha (sammentrykning/strekking av både fjær 1 og 2 er lik $|x|$):

$$F_1 = -k_1 x, \tag{19}$$

$$F_2 = -k_2 x. \tag{20}$$

Newtons andre lov gir dermed følgende svingeligning for systemet:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_1 + F_2 = -(k_1 + k_2)x \equiv -kx, \tag{21}$$

der vi har kalt resulterende fjærkonstant for k, som i følge lign. (21) må være gitt ved:

$$k = \underline{\underline{k_1 + k_2}}. \tag{22}$$

På helt tilsvarende vis som i punkt a) får vi for perioden T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = \underline{\underline{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}}} \tag{23}$$