ØVING 13

Veiledning: *22.11 og 25.11*
Innleveringsfrist: *26.11*

Oppgave 1

a) Løs oppgave 1a i Øving 2 gjengitt nedenfor ved å bruke kompleks representasjon.

Oppgave 1a Øving 2

Vis at summen $y_3 = y_1 + y_2$ av to harmoniske bølger med samme amplitude, frekvens og bølgelengde beskrevet ved:

$$y_1 = A\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

og

$$y_2 = A\cos(kx - \omega t + \varphi_2)$$

også er en harmonisk bølge beskrevet ved:

$$y_3 = A_3\cos(kx - \omega t + \varphi_3).$$

Bestem A_3 og φ_3 ved A, φ_1 og φ_2!

b) Gjenta oppgaven i pkt. a, men la y_1 og y_2 ha forskjellig amplitude, dvs. la:

$$y_1 = A_1\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$
$$y_2 = A_2\cos(kx - \omega t + \varphi_2)$$

c) Vis at en sum av N harmoniske bølger med samme frekvens og bølgelengde, men med forskjellige amplituder og faser, også er en harmonisk bølge, dvs. vis at:

$$y_N = \sum_i A_i\cos(kx - \omega t + \varphi_i)$$

kan omformes til:

$$y_N = A_N\cos(kx - \omega t + \varphi_N)$$

Finn A_N og φ_N uttrykt ved A_i og φ_i.

Oppgave 2

Anta at vi har samme situasjon som beskrevet i forelesningene i kap. 4.4.2 med Youngs interferensforsøk. Beregn feltet på observasjonsskjermen $E_\theta = E_1 + E_2$ (se lign. (4.16) i forelesningene) ved hjelp av kompleks representasjon.

Vis at resultatet blir det samme som vi fikk ved reell regning i lign. (4.21) og (4.22) i forelesningene.

Oppgave 3

Et fly flyr fra direkte over et punkt på et stivt legeme i San Fransisco til direkte over et punkt på et stivt legeme i New York. Vi antar:

1) Flyet flyr med rettlinjet og konstant hastighet lik 300 m/s (1080 km/h) i forhold til jorden.

2) Avstanden mellom punktene målt på jorden er $4.80 \cdot 10^6$ m.

3) Vi ser bort fra jordrotasjon og tyngdekrefter.

Tiden flyet bruker mellom de to punktene måles både av synkroniserte klokker på jorden (kalles Δt_{jord}) og av en klokke i flyet (kalles Δt_{fly}). Finn tidsforskjellen mellom resultatet fra målingen i flyet og resultatet fra målingen på jorda!

Fasit: 8.0 ns

Oppgave 4

Et muon er en elementærpartikkel som har spinn 1/2 (som elektronet) og ladning $\pm e$, men ca. 207 ganger større masse enn elektronet. Muoner er ikke stabile, men har en "midlere" levetid på $2.20 \cdot 10^{-6}$ s målt i et referansesystem der muonet er i ro. Muoner ble først oppdaget i andre ordens kosmisk stråling i 1937. At strålingen er andre ordens, betyr at muonene dannes i jordas øvre atmosfære ved kollisjoner mellom partikler i atmosfæren og partikler fra kosmisk stråling. Muonene kan nå helt ned til havoverfalten før de disintegrerer.

Vi betrakter et muon som beveger seg i retning mot jorda med hastighet $0.990c$.

a) Vi antar at levetiden til dette muonet målt i muonets hvilesystem er akkurat lik midlere levetid, dvs. $2.20 \cdot 10^{-6}$ s. Hvor lenge vil det eksistere ifølge en observatør på jorda?

b) Finn lengden målt av en observatør på jorda, som muonet tilbakelegger mens det eksisterer. (Vi antar at muonet har konstant hastighet lik $0.990c$ relativt jorda hele tiden det eksisterer.) Finn også lengden målt fra muonets hvilesystem mellom de to punktene i jordas refeansesystem (stivt og antas i hele denne oppgaven (med god tilnærmelse) inertialt) der muonet oppstår og desintegrerer.

c) Vis at lengdekontraksjon er konsistent med tidsdilatasjon i dette eksempelet.

Fasit: a) 15.6 μs b) 4630 m; 653 m

Oppgave 5 (Oppgave 3 Eksamen Fysikk 3 02.12.1998)

Vi betrakter et muon som ifølge en observatør i ro på jorda, dannes $1.00 \cdot 10^4$ m over jordas overflate. Vi antar at levetiden til dette muonet (dvs. tiden det eksisterer før det desintegrerer) i et referansesystem der det er i ro, er $2.20 \cdot 10^{-6}$ s.

I hele denne oppgaven ser vi bort fra den akselerasjonen jorda har. Vi antar altså at vi stivt festet til jorda, har et koordinatsystem som er inertialt. Vi antar videre at muonet så lenge det eksisterer, har konstant hastighet med konstant retning mot jordas sentrum.

Finn minimal hastighet (ifølge en observatør i jordas referansesystem) som gjør muonet i stand til å nå fram til jordas overflate før det desintegrerer.
Finn også lengden av jordas atmosfære som muonet har passert (lik $1.00 \cdot 10^4$ m i jordas referansesystem), i muonets referansesystem.

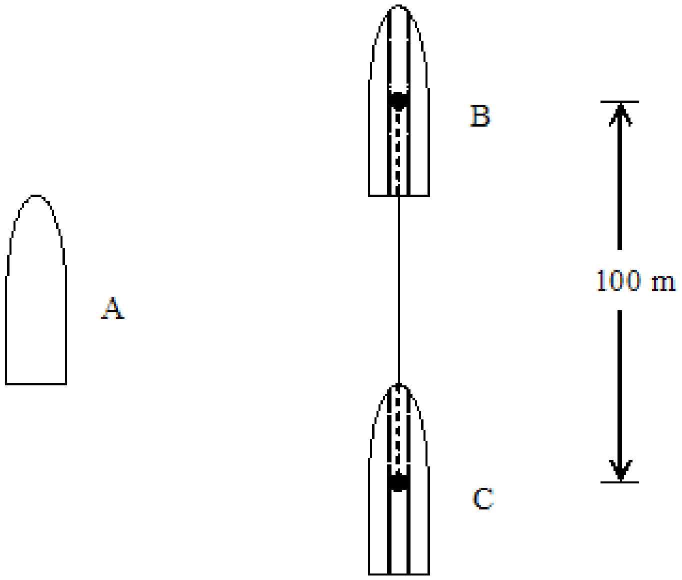
Oppgitt:

- Anta at tidsintervallet mellom to hendelser målt i et referansesystem (inertialsystem) der hendelsene skjer i samme rompunkt, er Δt_0. Da vil en observatør i et annet referansesystem (inertialsystem) med konstant rettlinjet hastighet u i forhold til det første, målte tidsintervallet Δt gitt ved:
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$
mellom de samme to hendelsene. Lyshastigheten c er gitt ved:
$$c = 2.997925 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- Anta at en måler lengden av et legeme i et referansesystem (inertialsystem) der legemet er i ro, og finner lengden l_0. Da vil en observatør i et referansesystem (inertialsystem) med konstant rettlinjet hastighet u i forhold til det første (u er antatt å ha samme retning som l_0), måle lengden l gitt ved:
$$l = l_0\sqrt{1 - u^2/c^2}$$

Oppgave 6 (Oppgave 4 Eksamen Bølgefysikk 06.12.2002)

Vi gjør følgende tankeeksperiment (innen spesiell relativitetsteori). Vi har en opprinnelig situasjon som illustrert på figuren under.



Tre romskip A, B og C går rettlinjet (uten rotasjon) med konstant og eksakt samme hastighet. B og C er konstruert identiske og beveger seg langs samme rette linje. A beveger seg parallelt B og C. Avstanden fra A til B er lik den fra A til C. Avstanden fra sentrum av B til sentrum av C er 100 m målt i det felles hvilesystemet til A, B og C. Fra sentrum av B til sentrum av C er strukket en 100 m lang tråd som antas eksakt lik avstanden mellom festepunktene. Vi antar at denne tråden er så skjør at den kun tåler et strekk som gir en relativ forlengelse på $1.00 \cdot 10^{-4}$.

B og C har identiske akselerasjonsprogram som kan startes med to identiske signal fra A. Disse er slik at begge romskip akselererer langs samme rette linje som de før har beveget seg langs, inntil de begge har nådd en hastighet som relativt til A målt i A's hvilesystem, er $6.00 \cdot 10^6$ m/s.

Vi antar nå at A har sendt signal til B og C samtidig (observert i det da felles hvilesystemet for A, B og C) om å starte akselerasjonsprogrammene og at programmene er fullført slik at tilstanden nå er at B og C igjen har konstant og samme hastighet, men altså forskjellig fra A. Vil tråden ha gått av når den nye hastigheten er oppnådd? Begrunn svaret utførlig! Ta med den regning du mener er nødvendig.

Følgende antagelser kan nyttes for å besvare spørsmålet ovenfor:

1. Alle gravitasjonskrefter kan neglisjeres og akselerasjonene er også så svake at spesiell rela-

tivitetsteori kan nyttes.

2. Akselerasjonen under hele akselerasjonsprogrammet er hele tiden så svak at den kraften som nyttes til å akselerere trådens masse, ikke noe sted er stor nok til at tråden brister av denne kraftvirkningen.

3. Tråden er så svak at den har neglisjerbar effekt på bevegelsen til romskipene.

Oppgitt:

- Lyshastigheten c kan i denne oppgaven regnes lik $3.00 \cdot 10^8$ m/s.
- For $x \ll 1$ gjelder:

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$$
$$\frac{1}{1-x} \approx 1 + x$$

Oppgave 7

Vis ved utregning at lign. (5.49) i forelesningsnotatene gir lign. (5.48), dvs. at uttrykket for relativistisk kinetisk energi E_k er gitt ved:

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

der m er partikkelens masse og v er dens hastighet.