ØVING 5

Veiledning: *20.09*
Innleveringsfrist: *22.09*

<u>Merknad:</u> Under øvingen vil det bli gruppevis demonstrasjon av overflatebølger på vann inklusive fasehastighet og gruppehastighet. Den som vil være med må møte opp på sitt grupperom, så vil studentassistentene ta med gruppen til rett sted på rett tid.

Oppgave 1

a) For tyngdebølger på luft/vann grenseflater (dvs. når bølgelengden er så stor at grenseflateenergi kan neglisjeres) er en mer nøyaktig dispersjonsrelasjon enn den ligning (1.44) i forelesningene bygger på, gitt ved

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

h er her vanndybden og g er tyngdens akselerasjon lik 9.82 m/s^2. Dersom vanndybden er minst en tredjedels bølgelengde ($h > \lambda/3$), er det vanlig å regne med dypvannstilnærmingen

$$\omega^2 = gk$$

(som gir ligning (1.44) i forelesningene)

Hvor mange prosent feil blir fasefarten v_f når $\lambda = 3h$ og når $\lambda = 2h$?

b) Vi antar for dette punktet at dypvannstilnærmingen gitt i punkt a, er gyldig. Vis at vi da for alle verdier av k har:

$$v_g = v_f/2$$

c) Det er fint vær og stille på sjøen i Nordishavet. Sør for Bjørnøya blir det brått et polart lavtrykk, og det blåser opp til storm. Hvor lenge går det før de ved Nordkapp (300 km lenger sør) kan registrere dønninger med perioden $T = 15$ s og dønninger med perioden $T = 10$ s ? (Anta at sjødybden over hele det aktuelle området er mer enn 200 m!)

Oppgave 2

Vi betrakter også i denne oppgaven bølger på grenseflaten luft/vann, men tar nå også hensyn til grenseflateenergien. Vi har da (når vi antar $h > \lambda/3$):

$$v_f \approx \sqrt{\frac{g\lambda\Delta\rho}{2\pi(\rho_1+\rho_2)} + \frac{2\pi\gamma}{\lambda(\rho_1+\rho_2)}} \approx \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\gamma}{\lambda\rho_1}}$$

når vi neglisjerer tettheten til luft. Vi antar 20° C. Da har vi $\rho_1 = 0.998$ kg/dm^3 ≈ 1.00 kg/dm^3 og $\gamma = 72.7 \cdot 10^{-3}$ N/m.

a) Finn gruppefarten til grenseflatebølgene uttrykt ved blant annet v_f.

b) Finn fasefarten og gruppefarten til krusningene som har bølgelengde $\lambda = 10$ mm.

c) Finn bølgelengden til den krusningen som har minst fasefart.

Fasit: b) 0.24 m/s; 0.30 m/s c) 17 mm

Oppgave 3 (Eksamen SIF4014 7/12-2001)

Vi skal i denne oppgaven betrakte overflatebølger som forplanter seg på grenseflaten luft/vann. Vi skal i hele oppgaven betrakte bølger med bølgelengde i området 5 μm til 5 mm og med så liten amplitude at vi for hele oppgaven kan anta at for fasehastigheten, v_f, gjelder med brukbar tilnærmelse:

$$v_f = \left(\frac{2\pi\gamma}{\lambda(\rho_1 + \rho_1)} \right)^{1/2} \tag{1}$$

der $\gamma = 72.8 \cdot 10^{-3}$ N/m er grenseflatespenningen mellom luft og vann, λ er bølgelengden og $\rho_1 = 1.00$ kg/ dm^3 og $\rho_2 = 1.22$ g/dm^3 er tettheten for henholdsvis vann og luft.

a) Finn fasehastighetene til de harmoniske bølgene som har bølgelengde λ henholdsvis 1.00 mm og 0.100 mm!

b) Vis at når (1) gjelder så gjelder følgende dispersjonsrelasjon:

$$\omega = \left(\frac{\gamma}{\rho_1 + \rho_2} \right)^{1/2} k^{3/2}$$

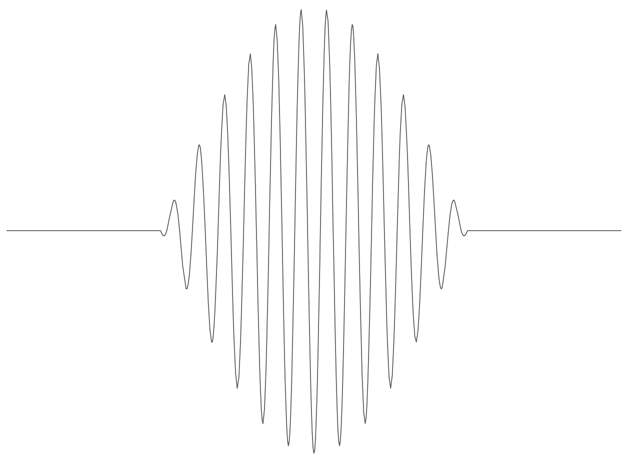
der ω er vinkelfrekvens og $k = 2\pi/\lambda$.

c) Finn forholdet mellom gruppehastighet v_g og fasehastighet v_f i bølgelengdeområdet der (1) gjelder!

d) Vi betrakter nå følgende situasjon. Et bølgetog med utsving $u(x, t)$ som vist forstørret på figuren neste side, med fourierkomponenter (frekvenskomponenter) sentrert om:

$$\omega_0 = \left(\frac{\gamma}{\rho_1 + \rho_2} \right)^{1/2} k_0^{3/2}$$

der $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ med $\lambda_0 = 0.50$ mm, forplanter seg bortover en vannflate i én dimensjon. Det er en definisjonssak akkurat hvor langt bølgetoget er. Vi definerer lengden av det lik $12\lambda_0$ og sier i samsvar med dette at det har 12 klare bølgetopper. (Avstanden mellom to nabobølgetopper er tilnærmet lik $\lambda_0 = 0.50$ mm.)



(Merk at bølgetoget på figuren er vist som funksjon av x for tid $t = t_1$ og at det har 12 klare bølgetopper!)

Vi antar som en brukbar tilnærmelse at vi kan regne $\Delta\omega =$ konstant $\cdot\, \Delta k$ for de fourierkomponenter bølgetoget består av, dvs. vi neglisjerer at omhyllingskurven til bølgetoget forandrer form mens vi betrakter det.

Hvor mange klare bølgetopper vil passere et gitt punkt $x = x_1$ i løpet av den tiden hele bølgetoget passerer $x = x_1$? Begrunn svaret !

(Vi kan tenke oss en slik observasjon realisert ved at en filmer bølgepakken mens den passerer og etterpå forstørrer filmen og kjører den med tilstrekkelig lav hastighet.)