Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høst 2006

Midtsemesterprøve Bølgefysikk
Torsdag 12. oktober 2006 kl 1215 – 1400.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss. Husk å skrive på studentnummer.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 25 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Lyshastigheten i vakuum: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.
- Trigonometriske relasjoner:

$$A \sin(\alpha - \beta) + B \sin(\alpha + \beta) = (A + B) \sin \alpha \cos \beta - (A - B) \cos \alpha \sin \beta$$

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer:
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$\nu_{\text{O}} = \frac{1 - v_{\text{O}}/v}{1 - v_{\text{S}}/v}\, \nu_{\text{S}}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_{\text{S}}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

  $$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

  $$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

  $$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

  $$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

---

1) En kloss er festet til ei fjær og utfører udempede harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω. Ved et bestemt tidspunkt er fjæra strukket en lengde x_0 og klossens hastighet er da v_0. Hva er klossens maksimale hastighet?

A v_0
B $v_0 + \omega x_0$
C $v_0\sqrt{1 + (\omega x_0/v_0)^2}$
D $v_0\sqrt{1 - (\omega x_0/v_0)^2}$

---

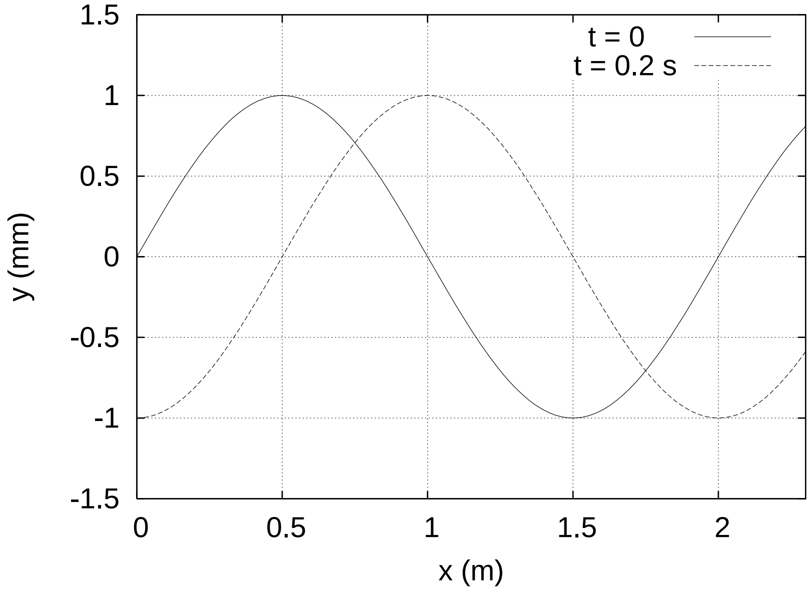
2) En kloss med masse m er festet til ei fjær med fjærkonstant k og utfører dempede svingninger. Friksjonskraften er $b \cdot v$, der v er klossens hastighet og b er en dempingskonstant. Systemets godhetsfaktor er $Q = \sqrt{k \cdot m}/b$. Hva blir da godhetsfaktoren for en elektrisk krets bestående av en motstand R, en kapasitans C og en induktans L koblet i serie?
Oppgitt (q = ladning, I = strøm):

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

A $Q = \sqrt{L/R^2C}$
B $Q = \sqrt{LC/R^2}$
C $Q = \sqrt{C/LR^2}$
D $Q = \sqrt{R^2L/C}$

Figur 1:



Figur 1 gjelder oppgavene 3-8 og viser to øyeblikksbilder av (en del av) en harmonisk transversal bølge som forplanter seg i positiv x-retning på en streng.

---

3) Hva er bølgens amplitude?

A 1.0 mm
B 2.0 mm
C 1.0 m
D 2.0 m

---

4) Hva er bølgens bølgelengde?

A 1.0 mm
B 2.0 mm
C 1.0 m
D 2.0 m

---

5) Hva er bølgehastigheten?

A 0.5 m/s
B 1.5 m/s
C 2.0 m/s
D 2.5 m/s

---

6) Hva er frekvensen?

A 1.25 Hz
B 2.5 Hz
C 3.75 Hz
D 5.0 Hz

---

7) Hva er strengelementenes maksimale hastighet?

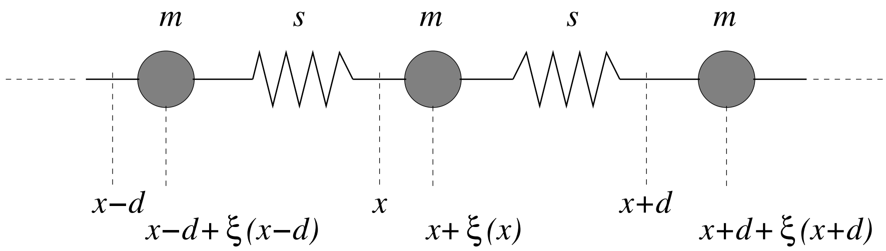
A 3.9 mm/s
B 5.9 mm/s
C 7.9 mm/s
D 9.9 mm/s

---

8) Bølgen kan beskrives ved funksjonen $y_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$. Hva er da fasekonstanten ϕ?

A $\phi = 0$
B $\phi = \pi/4$
C $\phi = \pi/2$
D $\phi = 3\pi/4$

Figur 2:



Figur 2 gjelder oppgavene 9-11 og viser et utsnitt av en uendelig lang kjede med masser m, bundet til sine nærmeste nabomasser med masseløse fjærer med fjærkonstant s. Posisjonene $x-d$, x og $x+d$ angir likevektsposisjoner for de tre massene som er vist i figuren. Utsvinget fra likevekt for massen med likevektsposisjon x betegnes $\xi(x,t)$ der t angir tiden. (Positivt utsving for en masse er mot høyre, dvs i positiv x-retning.) Vi antar at en harmonisk longitudinal bølge $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ forplanter seg langs kjeden.

---

9) Bevegelsesligningen for massen m med likevektsposisjon x er

A $m\ddot{\xi}(x,t) = s\left[\xi(x+d,t) - 2\xi(x,t) + \xi(x-d,t)\right]$
B $m\ddot{\xi}(x,t) = s\left[\xi(x+d,t) + 2\xi(x,t) - \xi(x-d,t)\right]$
C $m\ddot{\xi}(x,t) = s\xi(x,t)$
D $m\ddot{\xi}(x,t) = s\left[\xi(x+d,t) - \xi(x,t)\right]$

---

10) Dispersjonsrelasjonen for dette systemet er

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{4s}{m}} \sin\frac{kd}{2}$$

Hva er maksimal fasehastighet?

A null
B $\sqrt{sd^2/m}$
C $\sqrt{4s/m}$
D $\sqrt{4sd^2/m}$

---

11) Hva er gruppehastigheten når bølgelengden er $2d$?

A null
B $\sqrt{sd^2/m}$
C $\sqrt{4s/m}$
D $\sqrt{4sd^2/m}$

---

12) Gull har massetetthet 19320 kg/m^3 og elastisitetsmodul (eventuelt Youngs modul) 78.5 GPa. Hva er da lydhastigheten i en tynn stang av gull?

A 345 m/s
B 1684 m/s
C 2016 m/s
D 3014 m/s

---

13) En sommerdag stiger plutselig temperaturen fra 300 K til 303 K. Hvor mye endres da lydhastigheten?

A -1.0 %
B 0 %
C +0.5 %
D +1.0 %

---

14) I en gass farer molekylene tilfeldig hit og dit med en midlere hastighet v_T, bestemt ved at molekylenes kinetiske energi tilsvarer (omtrent) den termiske energien $k_B T$. Lydhastigheten v i gassen er da

A flere størrelsesordner mindre enn v_T.
B av samme størrelsesorden som v_T.
C flere størrelsesordner større enn v_T.
D for enkelte gasser flere størrelsesordner mindre enn v_T,
for andre gasser flere størrelsesordner større enn v_T.

---

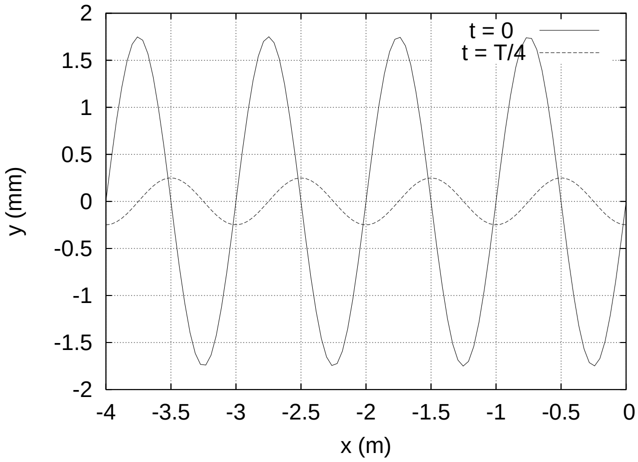
15) En liten høyttaler sender ut lydbølger med like stor intensitet i alle retninger. Dersom du måler et intensitetsnivå på 75 dB i en avstand 20 m fra høyttaleren, hva er da intensitetsnivået 5 m fra høyttaleren?

A 63 dB
B 87 dB
C 99 dB
D 111 dB

---

16) Figuren til høyre viser to øyeblikksbilder, ved $t = 0$ og etter en kvart periode, av en transversal harmonisk bølge på en streng. I $x = 0$ er strengen skjøtt sammen med en streng med større massetetthet, og bølgen som kommer inn fra venstre, $y_{i0} \sin(kx - \omega t)$, blir dermed delvis reflektert ($y_{r0} \sin(kx + \omega t)$) og delvis transmittert i $x = 0$. Bruk figuren til å bestemme hvor stor del av den innkommende bølgens energi som i middel blir transmittert (dvs: som propagerer videre forbi $x = 0$).

A ca 25 %
B ca 44 %
C ca 75 %
D ca 94 %



---

17) Bølgen

$$\boldsymbol{D}(x,t) = D_0 \hat{y} \sin(kx - \omega t) - D_0 \hat{z} \sin(kx - \omega t)$$

er

A upolarisert.
B lineærpolarisert.
C sirkulærpolarisert.
D elliptiskpolarisert.

---

18) En gitarstreng med lengde 70 cm er festet i begge ender. Strekket i strengen er 120 N og massen er 7.9 g. Hva er frekvensen til strengens 3. harmoniske (dvs 3. laveste egenfrekvens)?

A 221 Hz
B 231 Hz
C 241 Hz
D 251 Hz

---

19) To biler kjører rett mot hverandre, bil nr 1 med hastighet 40 m/s og bil nr 2 med hastighet 20 m/s. Begge bilene er utstyrt med en sirene som genererer en harmonisk lydbølge med frekvens 900 Hz. Det er vindstille, og været er ellers slik at lydhastigheten denne dagen er $v = 340$ m/s. Hvilken frekvens ν_1 måler bil nr 1 fra sirenen i bil nr 2, og hvilken frekvens ν_2 måler bil nr 2 fra sirenen i bil nr 1?

A $\nu_1 = 1069$ Hz og $\nu_2 = 1069$ Hz
B $\nu_1 = 1080$ Hz og $\nu_2 = 1080$ Hz
C $\nu_1 = 1069$ Hz og $\nu_2 = 1080$ Hz
D $\nu_1 = 1080$ Hz og $\nu_2 = 1069$ Hz

---

20) Et uvær i Nordsjøen genererer østgående dønninger med bølgelengde 100 m. Bølgene beskrives av dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk}$, der g er tyngdens akselerasjon og k er bølgetallet. Hvor lang tid tar det før dønningene når fram til Røst, 60 km lenger øst?

A ca 2 timer og 40 minutter
B ca 3 timer og 10 minutter
C ca 3 timer og 40 minutter
D ca 4 timer og 10 minutter

---

21) Sjokkbølgen fra et jagerfly som flyr horisontalt treffer deg 5.4 s etter at flyet passerte rett over deg. Lydhastigheten er 340 m/s, og flyets hastighet er 1.8 ganger så stor (dvs machtall = 1.8). I hvilken høyde flyr flyet?

A ca 0.8 km
B ca 1.5 km
C ca 2.2 km
D ca 2.9 km

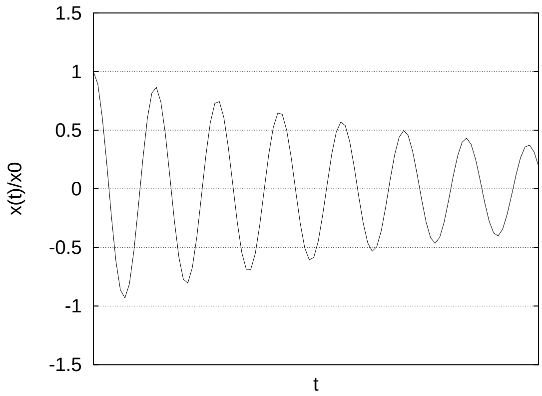
---

22) Figuren viser utsvinget

$$x(t) = x_0 e^{-t/\tau} \cos \omega t,$$

eller rettere sagt $x(t)/x_0$, for en dempet harmonisk svingning. Omtrent hvor stort er produktet $\omega\tau$ mellom vinkelfrekvensen og den "karakteristiske tiden" for dempingsforløpet?

A 0.022
B 1.7
C 14
D 45



---

23) Et langt, tynt rør som er åpent i den ene enden og lukket i den andre skal brukes til å lage stående lydbølger med frekvens 50 Hz. Dette skal være rørets laveste resonansfrekvens (grunntonen). Hvor langt må da røret være? Lydhastigheten er 340 m/s.

A 85 cm
B 170 cm
C 255 cm
D 340 cm

---

24) Hva blir nest laveste resonansfrekvens i røret i oppgave 23?

A 100 Hz
B 125 Hz
C 150 Hz
D 200 Hz

---

25) Figuren viser en lydkilde (s) som sender ut lydbølger med en bestemt frekvens. De fire sirklene angir posisjoner for fire påfølgende bølgetopper. Hva er kildens hastighet v_s, inklusive retning, i forhold til lydhastigheten v?

A $v_s = v/8$, mot o.
B $v_s = v/2$, mot o.
C $v_s = v/8$, bort fra o.
D $v_s = v/2$, bort fra o.