

Resonans:

$$A_0 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \frac{b^2 \omega^2}{m^2}}}$$

↑  
Når  $\omega \rightarrow \omega_0$  blir  $A_0$   
maksimal.

På denne frekvensen er  $A_0 \propto \frac{1}{\delta}$

Husk at vi har beregnet  $A_0$

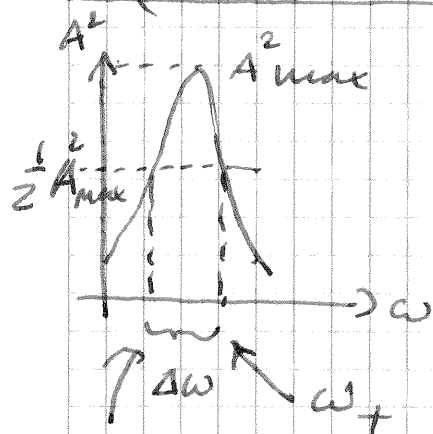
i den asymptotiske grensen  $t \rightarrow \infty$ .

Ikke rart at  $A_0 \rightarrow \infty$  når  $\delta$   
går mot null.

I praksis vil all energi  
den ytre tilfører fjærsystemet  
'knapen' gå til å øke  
amplituden.

— og den vokser over alle  
grenser.

Halveringsbredder  $\Delta\omega$ :



$$\begin{cases} A_0^2(\omega_+) = \frac{1}{2} A_0^2 \text{max} \\ A_0^2(\omega_-) = \frac{1}{2} A_0^2 \text{max} \end{cases}$$

$$\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-.$$

Man kan vise (A&F 10.14)

at

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx \frac{1}{Q}.$$

Sammenheng mellom kvalitets-  
faktor og maksimal amplitude:

Sette  $\omega = \omega_0$

Antar  $\delta \ll \omega_0$  ( $\frac{b}{2m} \ll \omega_0$ )

$$A_0(0) = \frac{F_0}{m \omega_0^2}$$

$$A_0(\omega_0) = \frac{F_0}{m \frac{b \omega_0}{m}}$$

$$\frac{A_0(\omega_0)}{A_0(0)} = \frac{\omega_0 m}{b} = Q$$

29

For store  $Q$  blir toppen svært  
smal og høy:  
allerede liten frekvens får vi et skakket  
systemet kun når  $\omega$  er nær  $\omega_0$ ,  
og da blir skaktesvingningen kraftig.

## Bølgefysikk

### Bølgebevegelse (ARF 28)

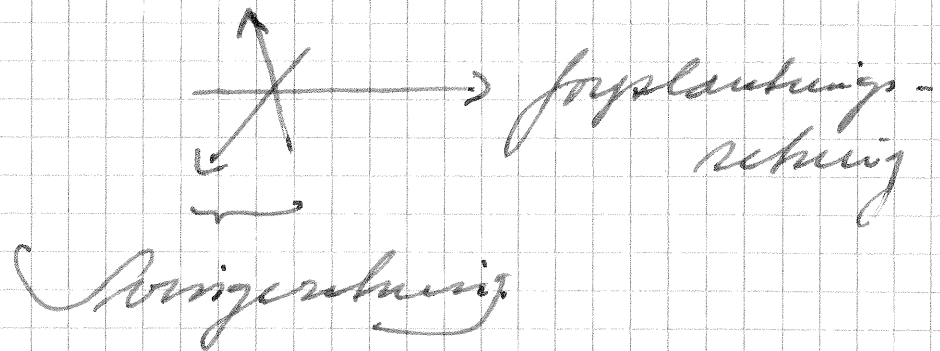
Bølge: Forplantning av svingning.

Utbredelse av  
energi, ikke  
materie.

Exempel på vågor:

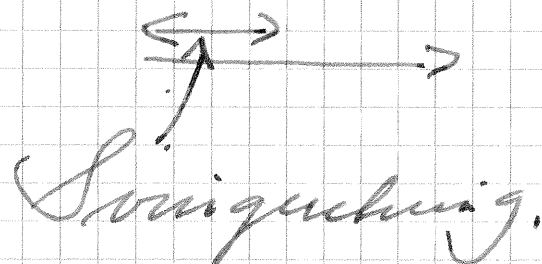
Vågor på string - stringelementer  
som oscillerar.

- Transversella vågor



Vågor i fjär: - fjärclementer

Transversella og  
- longitudinella vågor



Ljdvågor - gasmolekyler

- longitudinella.

Overflatebølger på væsker

- væske
- transverselle

Elektromagnetiske bølger

- elektriske og magnetiske felt.
- transverselle.

De tre først bølgetyperne  
går i et medium.

EM-bølger går i vakuum.

↑  
Men vakuum er  
også et medium!

Merke:

- ① Maximal kompresjon i longitudinell bølge tilsvare bølgetopp for transversal bølge.
- ② Opp i longitudinelle bølger beveger partikkene (segmentene) over liten avstand = ringe utslag til bølgelengden.
- ③ Generelt: Bølgehastighet  $\neq$  partikkelhastighet.
- ④ Dersom Bølgelengden  $\lambda \gg$  molekyulstørrelsen, kan medium betraktes som kontinuerlige.

# Harmoniske bølger på uendelig lang strek

Noen definisjoner:



Perioden  $T$ : Tiden det tar for bølgen å ~~sees~~ bevege seg en bølglengde  $\lambda$ .

Frekvens  $\nu = \frac{1}{T}$

Hastighet  $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$



En hastigheden til en  
bølgetype i et uendeligt langt  
medium.

Dette kaldes fase hastigheden.

Det findes andre hastigheds-  
definitioner.

Merk: I noen media er  
hastigheden uafhængig  
af frekvens.

(Bølger på strek -  
EM bølger ...)

I andre media går  
bølger med ulike frekvens  
med forskjellig hastighet.



Når  $v = v(v)$ , har vi  
dispensjon.

Fourier analyse: Effektivt bølgeby kan  
 bygges opp av summen av sinus  
 og cosinus funksjoner.

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{ a_n \cos(nkx) + b_n \sin(nkx) \}$$

$\uparrow$   
 $-L < x < L$

$$k = \frac{2\pi}{2L} = \frac{\pi}{L}$$

$$a_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos(nkx) dx$$

$n = 1, 2, \dots$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin(nkx) dx$$

$n = 1, 2, \dots$

Når  $L \rightarrow \infty$  : Fourier integral: <sup>36</sup>

$$f(x) = \int_0^{\infty} [g(k) \cos(kx) + h(k) \sin(kx)] dk$$

$-\infty < x < \infty$

der

$$g(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos(kx) dx$$

$$h(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin(kx) dx$$

---

For dispersive media:

Bølgety ender ikke  
fasong.

For dispersive media:

Bølgety ender fasong.

Når dispersjon er tilskede:

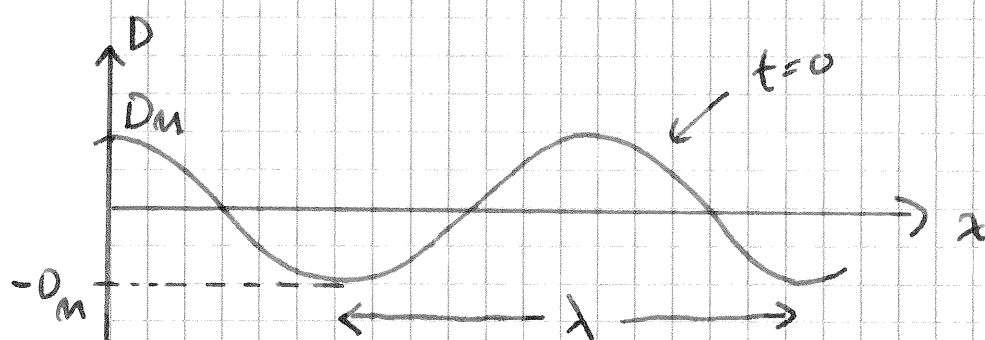
Gruppehastighet  $v_g$

Fasehastighet  $v_f$

Fronthastighet  $v_{fr.}$

Notasjon:  $v = v_f$   
 $\uparrow$   
 uten indeks.

Matematisk beskrivelse av  
 bølgebevegelse (A & F 28.3)



En dimensjonal harmonisk  
 vandende bølge som beveger seg

mit höhe.

Nur  $t=0$ :

$$D = D(x) = D_M \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

Oder zu Zeit  $t$  hat höhe  
begegnet sich im Zustand ist:

$$D(x, t) = D_M \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)\right)$$

$$= D_M \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$= D_M \cos(kx - \omega t)$$

↑  
definieren  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

↑  
 $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

$k$ : Braggzahl oder  
Wellenzahl.

Mer generell harmonische Wölge som  
 Wöge ug mot Wölge:

$$D(x, t) = D_m \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad \downarrow$$

Negativ røtning:

$$D(x, t) = D_m \cos(kx + \omega t + \varphi) \quad \downarrow$$

Generell endimensjonal Wölge  
 i dispersjonstett udeampet  
 medium:

$$D(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

↑ ↗  
 tilstøtning "penn"  
 funksjoner.

## Generel bølgligning

Medie uden dispersjon.  
uden demping.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} D(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} D(x, t)$$

↑  
konstant som  
beskrives med det.

Merk: En sum av løsninger av denne ligningen er også en løsning.

Den generelle bølge

$$D(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

hvor  $f$  og  $g$  er to ganger  
deriverbare, er en løsning.