

Merknader

- 1) På grenseflaten luft/vann dominerer tyngde energi for bølger med $\lambda \gg 1.7 \text{ cm}$.

Disse kalles derfor tyngde- eller gravitasjonsbølger.

Overflateenergi dominerer på grenseflaten luft/vann for $\lambda \ll 1.7 \text{ cm}$. Bølger av denne typen kalles kapillærbølger.

- 2) Ved andre grenseflater, f. eks. for vann/gass/gastermedium, kan man se effekten av tyngdebølger helt ned til $50 \mu\text{m}$.

- 3) Både kapillærbølger og tyngdebølger kan beskrives mekanisk

eller ved vind. Kapillarbølger 58

kan også sketes kemisk, det vil vi se senere om Brownske bevægelser i fluiderne. (På alle fluid/fluid-grænseflader (som ikke har en temperatur på $\approx 0^\circ\text{K}$) er det derfor kapillarbølger.

4.) Når grænsefladeenergien kan negligeres $\gamma p_1 \ll p_2$ får vi for tyndebølger på ligningen på side

52

$$v_f = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad \text{— det vil vi}$$

v_f er uafhængig af fluidenes
beskaffenhed.

5) Når vanddybden er så liten at $D \ll \lambda$ gælder det for

trykde bølger på vandoverflade at

$$v_f = \sqrt{gD}$$

det vil vi v_f er uafhængig af λ ,
vi har ikke dispersion.

Lidt om overføring (AF 28.13)

Vi betragter superponering af to
harmoniske bølger med samme
amplitude og fase (sagt lig 0)
men med lidt forskellig frekvens og
bølglængde:

$$\left. \begin{aligned} D_1(x,t) &= D_0 \cos(k_1 x - \omega_1 t) \\ D_2(x,t) &= D_0 \cos(k_2 x - \omega_2 t) \end{aligned} \right\}$$

Ni antar $k_2 > k_1$ og $\omega_2 > \omega_1$:

60

$$\boxed{D(x,t) = D_1(x,t) + D_2(x,t)}$$

$$= D_0 [\cos(k_1 x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)]$$

$$= 2D_0 \cos\left(\frac{k_2 - k_1}{2}x - \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{k_2 + k_1}{2}x - \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right)$$

↑

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\boxed{= 2D_0 \cos(\Delta k x - \Delta \omega t) \cos(kx - \omega t)} (*)$$

der vi har defineret $k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$

$$\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$\Delta k = \frac{k_2 - k_1}{2}$$

$$\Delta \omega = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$

Dermed $\omega_2 \approx \omega_1$ og $k_2 \approx k_1$:

Ni kan tolke (*) som en bærbølge

med vinkelfrekvens ω og angulært
bølgetal k moduleret med en
sakte varierende amplitude -
se figure 28.24 i A&F.

Dette fænomenet kaldes overføring
(bet på engelsk).

Fart:

Bærebølge $v_f = \frac{\omega}{k}$

Modulationsbølge: $v_{mod} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$

Definieren for $\Delta k \rightarrow 0$
 $\Delta\omega \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta k \rightarrow 0} v_{mod} = \frac{d\omega}{dk} \equiv v_g$$

gruppehastighed.

eller:

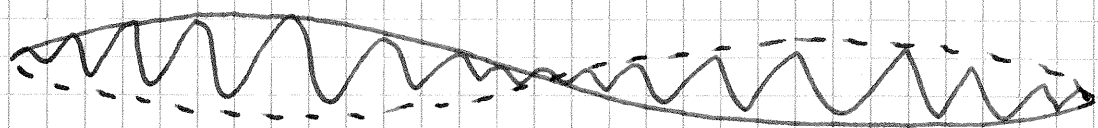
- 1) I lufta position $x = x_0$ vil det i
løbet af tiden

$$T_{\text{mod}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

gennem

- et maksimum af modulations-
bølgen $2D_0 \cos(\Delta k x - \Delta\omega t)$

- et maksimum af omkrybnings-
bølgen



$$\pm 2D_0 |\cos(\Delta k x - \Delta\omega t)|$$

Representansen $D(x, t)$ lyd, vil vi høre
 mal. lyd 2 gange i løbet af
 T_{mod} .

(Lydstyrke som opskrives som
 $\lg(\text{lydintensitet}) \propto \lg 10 I^2$).

Også i andre tilfælde måles
 signal $\propto 10 I^2$.

Derfor defineres svingningsfrekvens ν_s
 ved

$$\nu_s \equiv 2 \frac{1}{T_{\text{mod}}} = \frac{\Delta \omega}{\pi} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = \nu_2 - \nu_1$$

2) Svingning er et fænomen som man
 kan få ved alle typer bølger

64
Så kan en svart filmen mätare till
mätning av omå frekvensförskjellen.

Exempel:

För när måleutrustningen kan följa
frekvensen till betydande grad ($\nu \sim 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$),
men vid svärmning (kallas vanligtvis
heterodyn teknik) kan en
måle förskjellen i frekvens mellan
f. ex. laserens reflektat / spridd
från objektet i bevegelse med hastighet
mer eller mindre än $0,1 \text{ mm/s}$, det vill säga
frekvensförskjellen med till ca. 10 Hz .

Dispersionsrelationer, faserhastighet
och grupp hastighet.

Når vi ikke har dispersion for

65

bølger i det aktuelle medium, har vi

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \text{konstant}$$

eller

$$\omega = v_f \cdot k = \text{konst} \cdot k$$

for alle harmoniske bølger i mediet.

Når vi har dispersion vil vi ha

$$\omega = f(k) \neq \text{konst} \cdot k.$$

(*)

der $f(k)$ er en eller anden

som kan findes eksperimentelt eller
teoretisk.

For enhver værdi af ω vil vi da
have

$$\boxed{v_f = \frac{\omega}{k} = v_f(k)} \quad (**)$$

for fasehastigheden til den aktuelle
cosinus eller sinus bølge.

Ligningerne (*) og (**) kaldes
dispersionsrelationer

Som sagt, fasehastigheden v den
hastigheden fase til en
uendelig lang harmonisk

bølger bevæger sig med.

Siden bølger bare spredter sig selv i uendelighed, kan den ikke frie med sig noe signal.

En sum av to slike bølger kan heller ikke frie med sig noe signal. Den gruppekraftigheten som er definert ved $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ er derfor ikke i enhver sammenheng den kraftigheten som signaler forplanter seg ved.

Den kraftigheten som signaler kann forplanke seg med, er den kraftigheten en alle annen

forandring i det pågående
(eventuelt fra nigen bølge)

kan forplante seg med. Denne
hastigheten er forskjellig for
forskjellige signaler (med
forskjellig frekvensinnhold) i
samme medium når vi kan
dispensjon.

Når vi ikke kan dispensjon
forplante alle bølge og bølge-
pulser og med samme hastighet.

Følgende kan vises (se f. eks. Falnes &
Bundal kap. 4.1 og 14; Kringeboten:
Bølgefysikk s. 20)

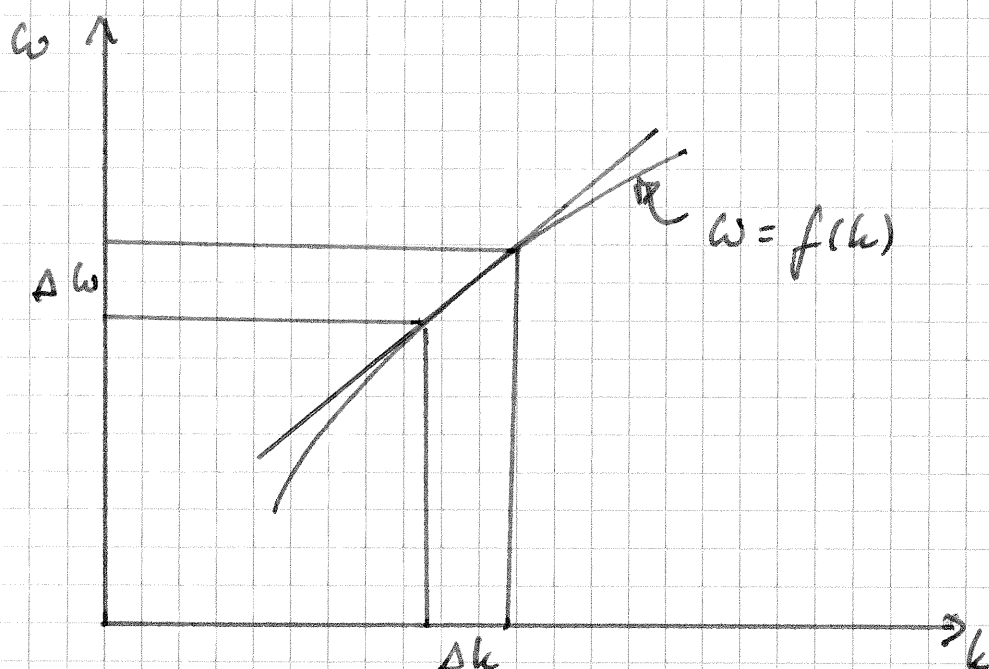
Dersom vi har en bølgepuls
som kan settes sammen av
cosinus og sinus bølger ved
Fourier integral (eller tilsvarende
ved en Fourier rekke) over et
frekvensintervall $\Delta\omega$ da vi
med brukbar tilnærming kan

$$\Delta\omega = \text{konst.} \cdot \Delta k$$

(se illustrasjonen på side 70) så vil
omlegningskurven til denne
bølgepulsen forårsake seg tilsvarende
utbredelse med form og hastighet $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$.

For $\Delta k \rightarrow 0$, får vi

$$\lim_{\Delta k \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} = v_g.$$



alternativer:

1) $vg = \frac{dw}{dk}$ må kun for absolut

k -område (eventuelt k -verdi)

og bli forskjellig for forskjellige
 k -verdier når vi har
 dispersjon.

71

Det vil si, $\frac{dw}{dk}$ må for spesielt
tilfelle f. eks. være $\frac{dw}{dk} \Big|_{k=k_0}$.

2) $v_g = \frac{dw}{dk}$ som forplantnings hastighet
for omkretsingskurve eller

bølgegruppe har bare mening
som gruppe hastighet dersom
tilnærmelsen $\Delta w \propto \text{konst} \Delta k$ er
brukbar og bare da for begrenset
tidsrom. (Definisjonen $v_g = \frac{dw}{dk}$
nytte dimensjonalt.)

Så lenge $\Delta w = \text{konst} \Delta k$ kan
vi se tilnærmelsen, vil alltid
omkretsingskurven (det vil si

bølsepulsen eller bølgegruppen) bli vesentlig forandret når tilstedeværelse bid har gått.

På den dertilgjende tilnærmingen er, dess videre forandres omkretsingskurven.

3) Vi kan også uttrykke gruppehastigheten v_g og fasehastigheten v_f .

Vi har $\omega = v_f(k) \cdot k$ som gir

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v_f k)}{dk} = v_f + k \frac{dv_f}{dk}$$