

Denne må være gyldig for alle
volum $V \Rightarrow$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

På samme måte kan vi opprive
likning (2):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Vi bruker Stokes' teorem på likningene
(3) og (4):

$$\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = \int (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{A}$$

Vi bruker dette teoremet på likning (3):

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$= - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

Antar her at L og A
er uafhængige af
tiden.

Altså:
$$\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

er gyldigt for alle $A \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Vi ser nu på ligning (4):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \mu_0 \left\{ I + \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \right\}$$

$$= \mu_0 \left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Ström kretsløpet}}}{I} + \epsilon_0 \int_A \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \right\}$$

$$I = \int_A \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Ström kretsløpet}}}{\vec{j}} \cdot d\vec{A}$$

Ström kretsløpet.

Altså,

$$\int_A (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \int_A \left\{ \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right\} \cdot d\vec{A}$$

Idéen, denne må være gyldig for

alle arealer A:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Maxwells ligninger på differensiell form blir derfor

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Merke at denne samlingen av ligninger er gyldig for medier som elektromagnetisk sett beskrives som ladete punktpartikler i vakuum.

En annen versjon av Maxwells ligninger nyttes for medier som har elektrisk eller magnetisk polariserbarhet.

(se f. eks. D.J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 3rd ed. kap. 7).

Utsatt videre:

Shvi vi i tillegg til Maxwells ligninger har med Lorentz kraften

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

har vi et fullstendig grunnlag

for klassiske elektrodynamiske teori. (se f. eks. D.J.

Griffiths, kap. 7.3.3 etc.)
