

En ladningsfordeling som
 omgives med samme elektriske
 og magnetiske felt som to lige
 ladninger, har samme dipol-
 moment $\vec{p}$ og kaldes også selv en
 dipol selv om den ikke
 består af to konstante ladninger.

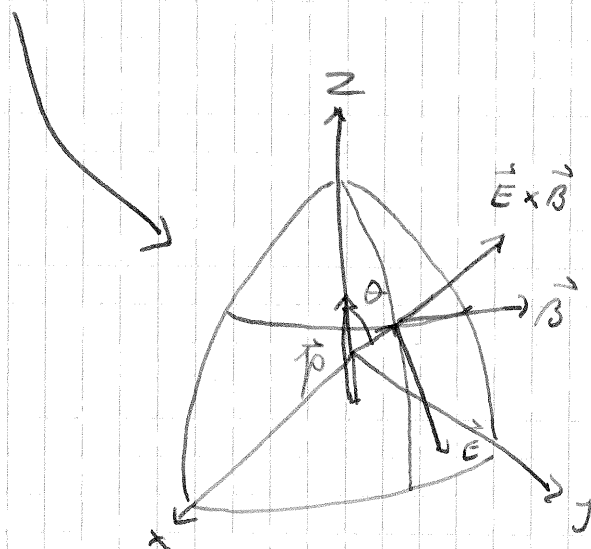
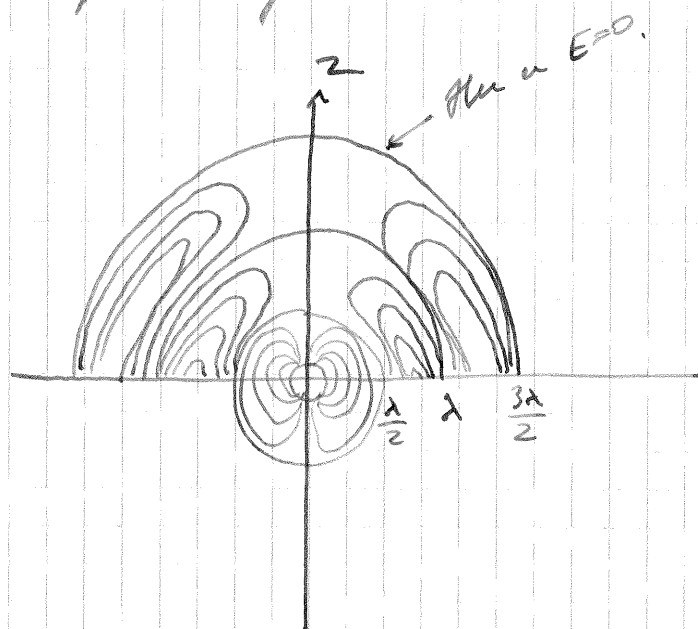
Dermed en slik dipol oscillerer
 langs z-aksen:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 \sin \omega t = p_0 \vec{e}_z \sin \omega t,$$

kan det vises at det udstrålte
 felt (d. v. s. den elektro-
 magnetiske bølge), for tilstrækkelig
 store afstande som i størrelse i

A & F 29.8. Mærk at vi ikke
 har nogen skaling langs $\vec{p}$
 og maksimalt med skaling
 normalt på $\vec{p}$.

Merke også at vi har både $\vec{E} \perp \vec{B}$
 og at $\vec{E}$ og $\vec{B}$ i ethvert punkt står
 normalt på bølgens forplantningsretning i
 punktet, for tilstrækkelig store afstande
 fra dipolen.



Elektriske feltlinjer
 produceret af en
 elektrisk dipol

Bølgen er lineært polariseret
 med $\vec{E}$ i meridianplanet.

Figuren ~~viser~~ til venstre (A & F 29.9)
 viser ~~at~~ elektriske feltlinjer

i et meridiansplan for et givet tidspunkt. Men at de elektriske feltlinjerne i xy -planet er parallelle med z -aksen, det vil vi se at i xy -planet er linieet polarisert i z -retningen.

Det kan vises at utskælt effekt er givet ved

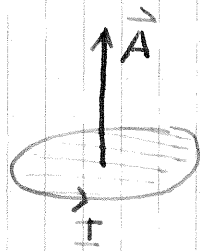
$$\overline{P} = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}$$

Magnetiske dipol

Magnetiske dipolmoment kan defineres ved

$$\vec{M} = I \vec{A}$$

der I er strømmen i strømsløjfen
som omslutter arealet $\vec{A}$.



Det er her forstået at strøm-
retningen og $\vec{A}$ forholder sig til
hverandre som givet på figuren -
højre hånds regel.

Desuden I varierer:

$$I = I_0 \sin \omega t$$

og dermed $\vec{M}$:

$$\vec{M} = \underbrace{I_0}_{\vec{M}_0} \vec{A} \sin \omega t$$

kan det vises for Maxwells

ligninger at strålingen er
 som illustreret i A & F fig 29.10
 for tilstrækkelig store afstande
 fra dipolen.

Det kan videre vises at
 udstrålt effekt er givet ved

$$\bar{P} = \frac{\mu_0 M^2 \omega^4}{12 \pi c^3}$$

Bemærkninger:

1) Oscillerende elektriske dipoler
 er et eksempel på det
 som generelt gælder:

En accelereret elektrisk

ladning sender ud en
elektromagnetisk bølge med
medfølgende elektromagnetisk
energi.

En elektrisk ladning i
jens retlinjet bevægelse sender
derimod ikke ud elektro-
magnetisk stråling.

2) Effekten af magnetisk
dipolstråling fra atomer og
atomkerner er væsentlig
mindre end elektrisk
dipolstråling. Det kan
vises (se A & F note 29.1)

$$\frac{\overline{P_{\text{magn}}}}{\overline{P_{\text{elek}}}} \sim 10^{-4} \text{ for } \text{lyserne}$$

$$\sim 10^{-6} \text{ for atoms}$$

For macroscopiske indissunder-
mekanik har man at

$$\overline{P_{\text{magn}}} \sim \overline{P_{\text{elek}}}.$$

Elektromagnetiske bølger i
stoff, dispersion

(Det kan vi se (Gupthar, kap. 9.3)
at resultaterne vi fandt da
vi diskuterte EM skaling i
vakuum også gjelde for områder

i stoff der vi ikke har
 fri ledning eller strømme
 og som er homogene, desom
 vi har at

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$

$$\mu_0 \rightarrow \mu$$

der ϵ og μ er permittivitet og
 permeabilitet for stoffet
 stoff.

Fasehastigheden c_m er da givet
 ved

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

Merk at typisk vil c_m
 være frekvensafhængig:

$$c_m = c_m(\omega).$$

For akkult stoff definerer
 relativ permittivitet ϵ_r
 relativ permeabilitet μ_r
 ved

$$\boxed{\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

$$\boxed{\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}}$$

For brytningsindeksen n for
 stoffet får vi da

$$\boxed{n = \frac{c}{c_m} = \frac{1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{1/\sqrt{\epsilon \mu}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

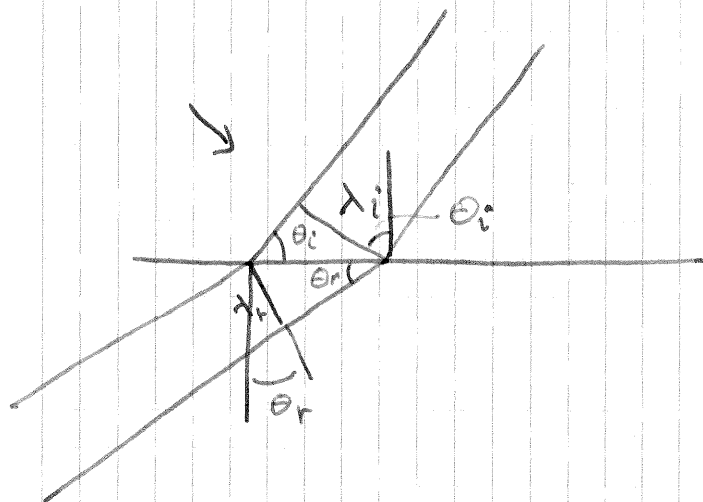
Ofte har vi at $\mu_r \approx 1$,

slik at

$$\boxed{n \approx \sqrt{\epsilon_r}}$$

Brytningsindeksen.

146



$$n \equiv \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

$$\frac{\lambda_i}{\sin \theta_i} = \frac{\lambda_r}{\sin \theta_r}$$

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_r} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = n$$

$$\frac{\omega \lambda_i}{\omega \lambda_r} = \frac{c}{c_m} = \underline{\underline{n}}$$

Dopplereffekt for elektromagnetisk stråling (L2F 29.7)

Dopplereffekt for elektromagnetiske bølger må beregnes relativistisk.

Det kan vises (for vakuum):

Dermed en kilde sender ud
 en elektromagnetisk bølge
 med frekvens f_s , så vil
 en observatør med hastighed
 v_m i forhold til kilden
 og på denne, måle en
 frekvens f_m givet ved

$$f_m = f_s \left(\frac{1 - v_m/c}{1 + v_m/c} \right)^{1/2}$$

For $\frac{v_m}{c} \ll 1$ får vi (ved

udvikling af $(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}x + \dots$

og $1/(1+x) = 1 - x + \dots$ for $x \ll 1$:

$$f_m \approx f_s \left(\frac{1 - v_m/c}{1 + v_m/c} \right)^{1/2} \\ \approx f_s \left(\frac{1 - \frac{1}{2} \frac{v_m}{c}}{1 + \frac{1}{2} \frac{v_m}{c}} \right)$$

$$\approx f_s \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v_m}{c}\right)^2 \approx \boxed{f_s \left(1 - \frac{v_m}{c}\right)} \quad 148$$

som er samme uttrykk vi fant
for mekaniske bølger.

For $\frac{v_m}{c} \ll 1$ er det relativistisk
Dopplereffekt tilnærmet lik
ikke-relativistisk Dopplereffekt,
når som ikke virker urimelig.

3. Refleksjon, Brytning og Stående Bølger

Introduksjon:

Det viser seg eksperimentelt
og teoretisk:

Forandring av mediet som
bølgen beveger seg i

⇒

Hel eller delvis refleksjon
av bølgen. For to eller
hudenersjorale bølger får
vi også brytning.

(Dersom vi ikke har
absorpsjon på grensen for
forandringen, må vi ha

$$I_{\text{I}} = I_{\text{R}} + I_{\text{T}} \quad \leftarrow \text{konservativitet.}$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 Innkommende Reflektert

Fysisk forklaring av refleksjon

På grunn av at mediet
forandres, bli forskjellige

Andledes i overgangen.

Den nye andledes
overgangen (eventuelt
med utvalg) gir opphav
til en ny bølge i en
eller flere retninger.

Merk at både reflektert og
kanskjelligt bølge må ha
samme frekvens f som

innkommende, men kanskjelligt
kan ha forskjellig bølglengde

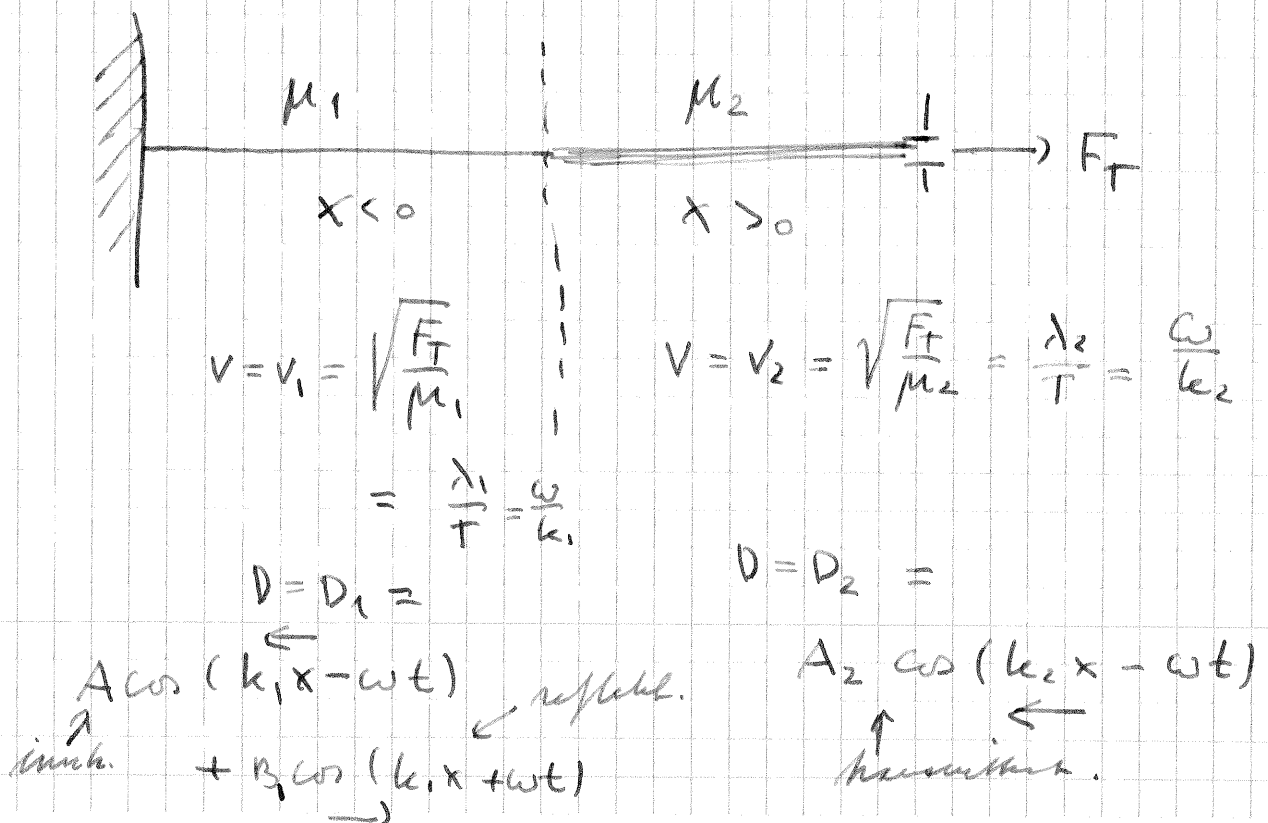
og hastighed.

Eksempler: Bølger på streng

har $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ (som er ulik for ulik μ)

og $\lambda = v/f$.

Refleksjon og transmissions av
bølge på streng ved krø-
overgang i μ .



Vi betragter en sinuskommende
harmonisk bølge som
forplantet sig ~~med~~ i
positiv x -retning.

At alle de 3 bølger
må ha samme ω og samme
fase ($\varphi = 0$). Reflekteret og
sinuskommende bølge må i
tillegg ha samme v og k ,
Siden v (og dermed k) er gitt
av mediet.

Vi skal finne A_2 og B_1
når A_1 er gitt, det vil si
hvor stor del av bølgen
bli henholdsvis reflektert

og transmittert.

Ved $x=0$ må D og $\frac{\partial D}{\partial x}$

være kontinuerlige (ellers
 får vi henholdsvis brut av
 eller knikk på strengen), dvs.

$$\begin{cases} D_1(0) = D_2(0) \\ \frac{\partial D_1(0)}{\partial x} = \frac{\partial D_2(0)}{\partial x} \end{cases}$$

Derfor gir

$$(1) \quad A_1 \cos(-\omega t) + \underbrace{B_1 \cos(\omega t)}_{\cos(\omega t)} = A_2 \cos(\omega t)$$

$$(2) \quad -k_1 A_1 \sin(-\omega t) - k_1 B_1 \sin \omega t = -k_2 A_2 \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \quad A_1 + B_1 = A_2$$

$$k_1 A_1 - k_1 B_1 = k_2 A_2$$

$$\Rightarrow A_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} A_1$$

$$B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} A_1$$

Transmissionskoeffizient für Amplitude:

$$\boxed{T_A = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \stackrel{v = \frac{\omega}{k}}{=} \frac{2 \cdot \frac{1}{v_1}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}}$$

$$= \frac{2v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$$

Reflexionskoeffizient für Amplitude:

$$\boxed{R_A = \frac{B_1}{A_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}}$$

$$= \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$$