

Interferens

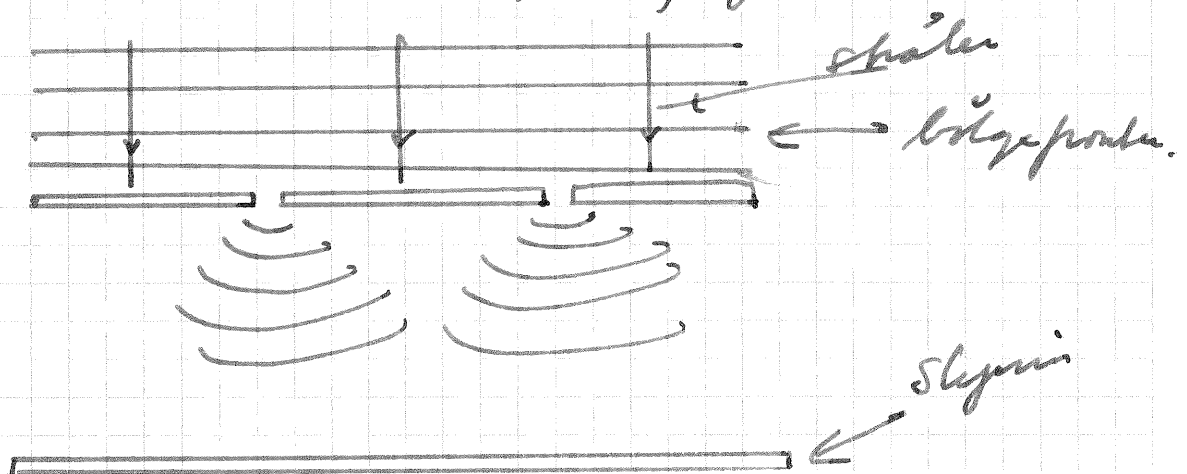
Vi skal her betrakte interferens for lysbølger. Spesielt skal vi se på tilfellet når forskjellige deler av samme bølge (som først er blitt adskilt) møtes. Vi skal først betrakte Youngs interferensforsøk som ble utført i 1801.

Youngs bryningseksperiment (A & F 37.2)

Vi betrakter det idealiserte tilfellet at en linært polarisert planbølge går ned

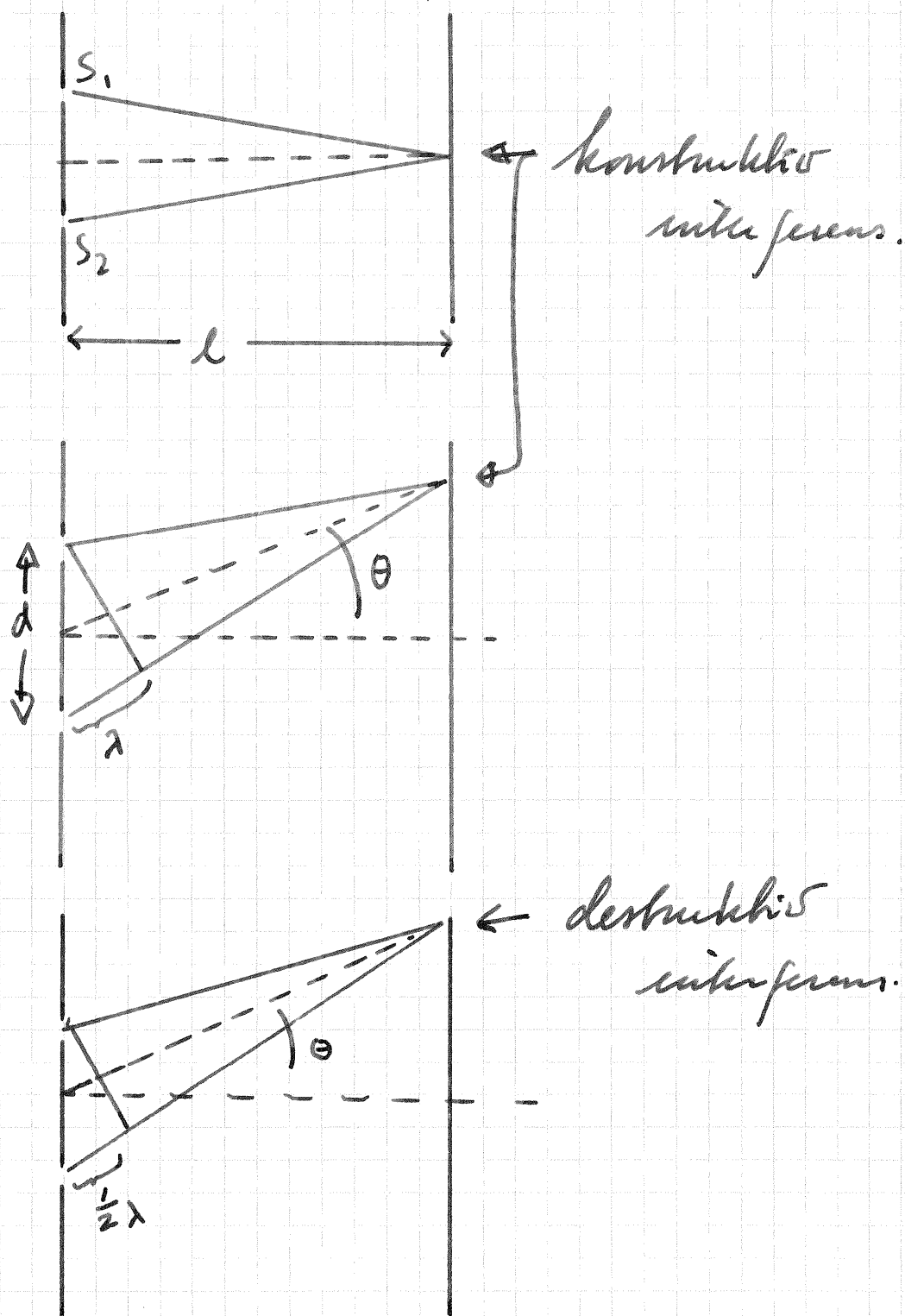
$$E = E_0 \cos(kx - \omega t - \varphi) \quad /$$

faller inn mot to spalter som illustrert på figuren



På observasjons-skjermen vil vi
få lyd-skiver.

Posisjonen til lyd-maxima og
minima bestemmes som følger:



Konstruktiv interferens för

230

$$d \sin \theta_m = m \lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

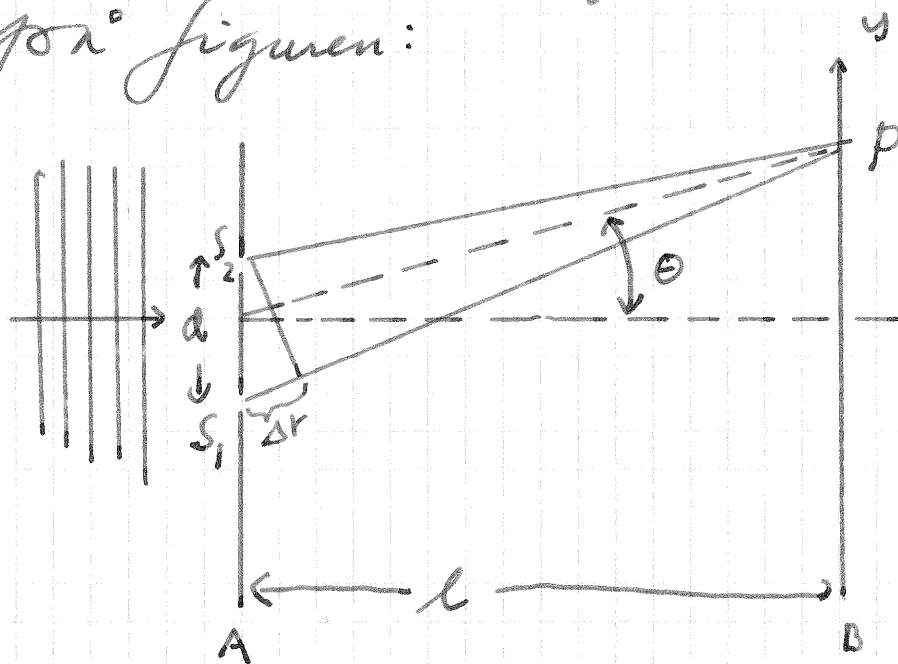
Merkt att avståndet mellan maxima
ökar med d ökar.

Destruktiv interferens för

$$d \sin \theta_n = (n + \frac{1}{2}) \lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Intensitet i Youngs försök

Vi har en situation som vi ser
för i figuren:



Vi betrakter altså tilfældet at en lineær polariseret planbølge som er givet ved

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t - \varphi)$$

kommer ind mod en skærm med to spalter S_1 og S_2 .

Vi antager

- spalterne S_1 og S_2 er lige og m° omale så hver især skærm (i overensstemmelse med Huygens princip) er udgangspunkt for en bølge med hastighed som kvadrant.

(Det vil vi vi antager at bølgerne fra de to spalter er cylindriske bølger og at spalterne er m° lange så vi ikke har problemer med endeffekter (se vi ovenover bølgefærdighederne for skærm B.)

På observations-højden B vil vi da ha i punktet P , d.v.s. for lys brøjd vinkelen θ :

$$E_{\theta} = E_1 + E_2$$

der E_1 er feltet fra åbning S_1 ,
og E_2 er feltet fra åbning S_2
givet ved

$$E_1 = E_{10} \cos(kr - \omega t - \varphi')$$

$$E_2 = E_{20} \cos(k(r + \Delta r) - \omega t - \varphi')$$

der E_{10} og E_{20} er afhængige af
spaltåbningerne og r .

Ved figurbeholdning finder vi nu vi antager $d \ll l$:

$$\Delta r = d \sin \theta.$$

Siden $d \ll l$ har vi også at

$$E_{10} \approx E_{20} = E_0 \quad (\neq E_0 \text{ på side 231})$$

Alttså,

$$E_0 = E_1 + E_2$$

$$= E_0 (\cos(kr - \omega t - \varphi') + \cos(k(r + \Delta r) - \omega t - \varphi'))$$

$$= 2E_0 \cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) \cos\left(kr - \omega t - \varphi' + \frac{k\Delta r}{2}\right)$$

(for $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$)

$$= E_{00} \cos\left(kr - \omega t - \varphi' + \frac{k\Delta r}{2}\right)$$

Her vi har defineret

$$E_{00} = 2E_0 \cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right),$$

det vil vi E_{00} er amplituden til resultantbølgen i punkt P på observasjonsstasjonen.

Fra side 1296 har vi for

intensitet i elektromagnetiske bølger i vakuum

$$I = c \epsilon_0 \overline{E^2}.$$

Vi beholder nu følge gitt ved

$$E = E_0 \cos(-\omega t + \vartheta) = E_0 \cos(\omega t - \vartheta)$$

der ϑ for et gitt sted er en konstant fase, men ϑ kan være forskjellig på x eller z . Vi får da for $\overline{E^2}$

$$\boxed{\overline{E^2} = \frac{1}{T} E_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega t - \vartheta) dt}$$

$$= \frac{1}{T} E_0^2 \int_0^T \cos^2 \omega t dt$$

(Siden vi fikk det samme for en periode kan vi begynne og slutte.)

$$= \frac{1}{T} E_0^2 \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} \cos^2(\omega t) d\omega t$$

$$= \frac{1}{T} E_0^2 \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{x}{2} \right)$$

$$= E_0^2 \frac{1}{T} \frac{T}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{2} = \boxed{\frac{1}{2} E_0^2}$$

som utbräda ger för intensitet
för harmonisk våga med
amplitud E_0 :

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

För intensitet i punkt P på
observeringsavståndet från vi de

$$I_\theta = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = 2 c \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 \left(\frac{k \Delta r}{2} \right)$$

$$= 2 c \epsilon_0 E_0^2 \cos^2 \left(\frac{k d \sin \theta}{2} \right)$$

↑
 $\Delta r = d \sin \theta$

För $\theta = 0$:

$$I_0 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = 2 c \epsilon_0 E_0^2$$

Dennur:

$$\frac{I_{\theta}}{I_0} = \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos^2\left(\frac{1}{2} k d \sin \theta\right)$$

huru ni hane ntt $\delta = k d \sin \theta$.

I_{θ} hane maksima ju

$$\frac{\delta}{2} = m \pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

d. v. s. ju

$$\frac{1}{2} k d \sin \theta = m \pi$$

ellu

$$d \sin \theta = m \lambda$$

I_{θ} hane minima ju

$$\frac{\delta}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

det vil vi for

$$d \sin \theta = (n + \frac{1}{2}) \lambda$$

For $d \ll l$ og $y \ll l$ (som er det aktuelle tilfælde):

$$\sin \theta \approx \frac{y}{L}$$

$$\text{og } \delta = kd \sin \theta \approx \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{y}{L}.$$

Derved har vi

$$I_{\theta} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda L} y \right).$$

Bemærkninger

- 1) Ovenstående afledning er baseret på at de to spaltene.

hvor for vi opplyste observasjons-
sløyenen uniformt. Dette er
bare tilfelle om spaltbredden er
tilnærmet nendelig liten.

2) Intensiteten I_1 for én av
bølger er

$$I_1 = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

$$\text{Altså er } I_{\theta \max} = 4 I_1$$

ved bruk av ligningen med
gm' side 235.

Men, ved α° integrere om θ
vil vi finne

$$\langle I_\theta \rangle = 2 I_1$$

(som meri bevisning kreves).

3) No ligningen midt på side 235
 ser vi at den store spalte-
 standen d er, den nærmere
 kvadrerede n udfyldes materialet
 på observations - stykket.

4) I dette afsnit er det vist
 at den periodiske
 bølge naturen til lys problem
 den periodiske variationen
 til intensiteten på
 observations - stykket.
