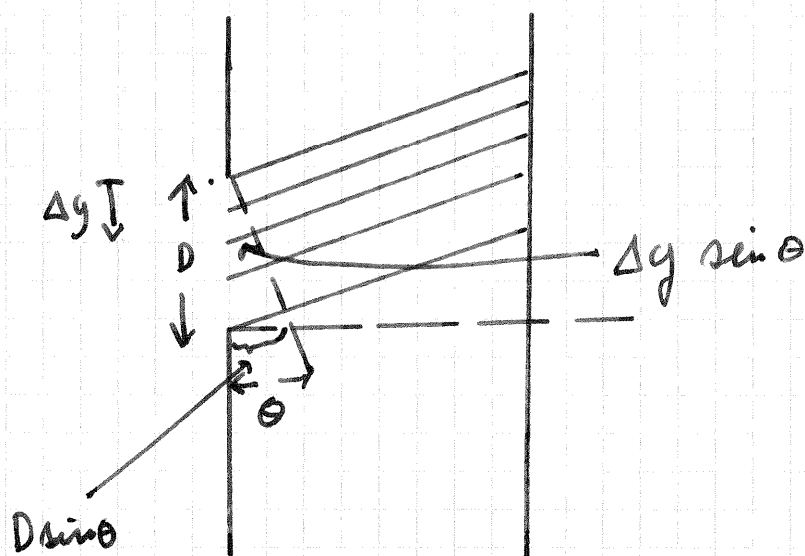


Intensitet i diffraksjonsmønster fra enkeltspalte



Vi beholder fortsatt monokromatisk, tilstrækkelig koherent lys som kommer inn mot en spalte med bredde D .

Vi deler inn spalten i N små streiper, hver med bredde Δy slik at $\Delta y \ll \lambda$.

Vi beholder Fraunhofer diffraksjon, d.v.s. observasjonsobjekten er ∞ langt unna. Vi beholder videre

sk' om θ at småbølger som (i
samsvar med Huygens princip)
går ud fra centrum af hver smalle
slit, alle har feltamplitude E_0/N
for observerne ligevidt.

De forskellige felter fra forskellige
slit har forskellige fase på
observerne ligevidt. Følgeslykkel
bli (se fig. på foregående side)

$$\Delta\varphi = k \Delta y \sin\theta$$

Feltet for observerne ligevidt
vinkel θ fra slit nr. j overfor
bli

$$E_j = \frac{E_0}{N} \cos(kl - \omega t - \varphi + k j \Delta y \sin\theta)$$

der l er afstanden fra spalten til
 observeringshøjnen ($l \approx \infty$, men
 $j k \Delta y \sin \theta$ er nævnelig for fine forskydninger).

Det samlede felt bryd θ fra alle
 stripene blir

$$E_{\theta} = \sum_{j=1}^N \frac{E_0}{N} \cos(kl - \omega t - \varphi + j k \Delta y \sin \theta)$$

Nå vil da $\Delta y \rightarrow 0$ og skifte ut summen
 med et integral.

Nå må da ha

$$\frac{E_0}{N} \rightarrow \frac{E_0}{D} \Delta y \rightarrow \frac{E_0}{D} dy$$

$$j \cdot \Delta y \rightarrow y.$$

$$0 < y < D.$$

Altså:

D

$$E_{\theta} = \int_0^D \frac{E_0}{D} dy \cos(kl - \omega t - \varphi + k y \sin \theta)$$

För å regne ut dekke integraler
brukes vi komplekse tall.

$$\operatorname{Re} e^{i\alpha} = \cos \alpha$$

$$\operatorname{Im} e^{i\alpha} = \sin \alpha$$

$$e^{i\alpha} = \operatorname{Re} e^{i\alpha} + i \operatorname{Im} e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

$$\underbrace{e^{i(\alpha+\beta)}}_{\nearrow} = e^{i\alpha} e^{i\beta}$$

$$\cos(\alpha+\beta) + i \sin(\alpha+\beta) = (\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta)$$

$$= \cos \alpha \cos \beta + i \cos \alpha \sin \beta + i \sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= (\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)$$

$$+ i (\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta)$$

$\Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha+\beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \end{array} \right.$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$

$$E_{\theta} = \frac{E_0}{D} \int_0^D dy \cos(kl - \omega t - \varphi + ky \sin \theta) \quad 266$$

$$= \frac{E_0}{D} \operatorname{Re} \int_0^D dy e^{i(kl - \omega t - \varphi + ky \sin \theta)}$$

$$= \frac{E_0}{D} \operatorname{Re} \underbrace{e^{i(kl - \omega t - \varphi)}}_{C} \int_0^D dy e^{iky \sin \theta}$$

$$= \operatorname{Re} C \int_0^D \frac{e^{ik \sin \theta y}}{ik \sin \theta}$$

$$= \operatorname{Re} C \frac{e^{ik \sin \theta \cdot D} - 1}{ik \sin \theta}$$

$$\rightarrow \operatorname{Re} \left\{ C e^{ik \sin \theta \frac{D}{2}} \frac{1}{k \sin \theta} \frac{e^{ik \sin \theta \frac{D}{2}} - e^{-ik \sin \theta \frac{D}{2}}}{i} \right\}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{2 \sin(k \sin \theta \frac{D}{2})}$

Merke
hierbei!

$$= \operatorname{Re} \left\{ E_0 e^{i(kl - \omega t - \varphi + k \sin \theta \frac{D}{2})} \right.$$

$$\left. \frac{\sin(k \sin \theta \frac{D}{2})}{(k \sin \theta \frac{D}{2})} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)}{\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)} \operatorname{Re} e^{i(kx - \omega t - \varphi + \frac{kD \sin \theta}{2})} \quad 267 \\
 &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)}{\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)} \cos(kx - \omega t - \varphi + \frac{kD \sin \theta}{2}) \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{E_{\theta_0}}
 \end{aligned}$$

Intensiteten I gitt ved (for side 234)
(middelt over en periode $\frac{2\pi}{\omega}$)

$$\begin{aligned}
 \langle I_{\theta} \rangle &= \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{\theta_0}^2 \\
 &= \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)}{\left(\frac{kD \sin \theta}{2}\right)^2}
 \end{aligned}$$

Nå har

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

sånn gir

$$\langle I_0 \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

er derivert

$$\langle I_{\theta} \rangle = I_0 \left(\frac{\sin \frac{kD \sin \theta}{2}}{\frac{kD \sin \theta}{2}} \right)^2$$

$$= I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2$$

sonn hat minimum, das $I_0 = 0$

für $\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta = m \pi, m = \pm 1, \pm 2, \dots$

Alternativ für

$$D \sin \theta = m \lambda, m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

oder maximal für

$$D \sin \theta = 0$$

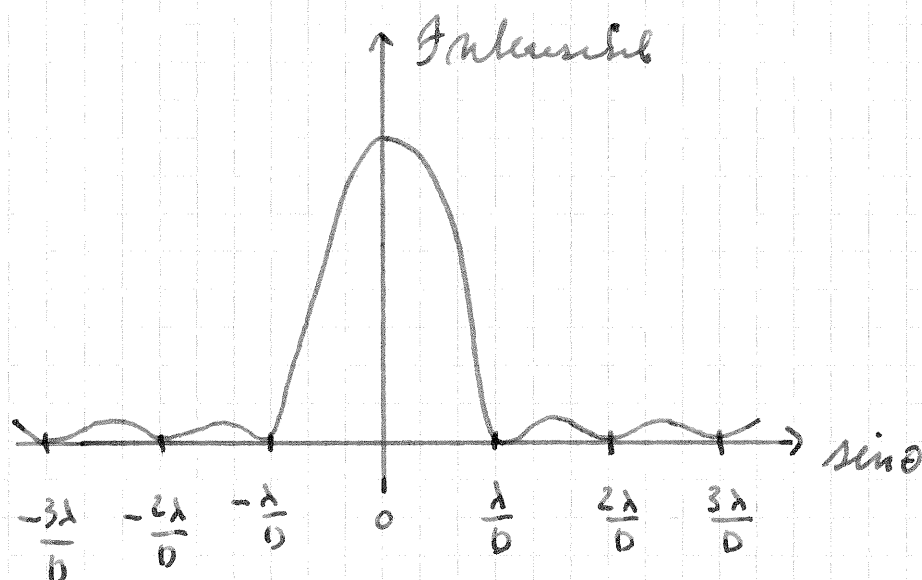
oder für $D \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$

$$m = \begin{cases} 1, 2, 3, \dots \\ -2, -3, \dots \end{cases}$$

Merke;

i) dasson $0 < \lambda < D$ u I_{θ} immer größer 0.

ii) Dessom $D \ll \lambda$ er $I_0 \approx I_0$
 for $|\theta| < \frac{\pi}{2}$.



Videre bemærkninger:

1) For rektangulær spalte med bredde D har vi for

$$D \sin \theta = m \lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2 \text{ for minimum}$$

at vi får første minimum for
 (anden små θ):

$$\theta \approx \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{D}.$$

Det kan vises at hvis vi i stedet er sikuler åbning (apertur) med diameter D , får vi først min for

$$\theta \approx \pm \frac{1,22 \lambda}{D}$$

Dermed to åbninger (evt. to objekter) er veldig nær hinanden, vil deres diffraksjonsmønstre overlappe.

Lord Rayleigh foreslo følgende kriterium for at to (sikuler) objekter skulle kunne adskilles (oppløses):

To diffraksjonsmønstre kan så godt oppløses når sentret (d.v.s. o. maksimum) til det ene faller sammen med først minimum til det andre.

Dette betyr for sikulære objekt
at de kan oppføres (for hverandre)
slik som de er adskilt med vinkelen θ
gjitt ved

$$\theta = \frac{1,22\lambda}{D}$$

- 2) Dermed vi har et "gitter"
med mange parallelle og like
store spalter, blir intensitets-
maksimumene veldig skarpe,
d. v. s. vi får parallelle stik-
bunter for gitteret.
-

Relativitets teori

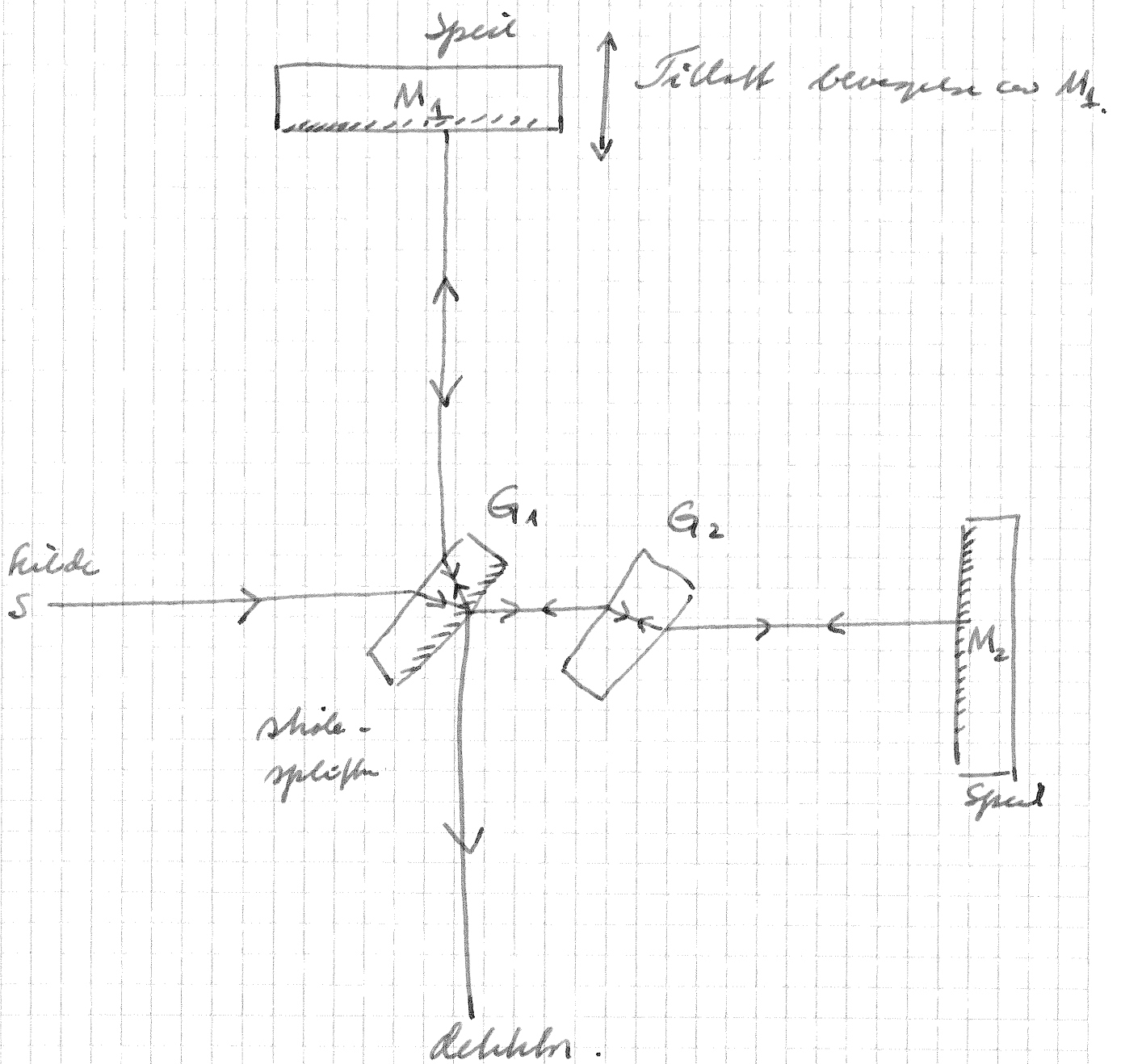
Vi skal først gå gjennom det eksperimentelle grunnlaget for den specielle relativitets teori:

D.v.s. vi skal gå gjennom Michelson - interferometeret og hvordan det kunne ha detektert lys hastighets differansen hvis slike hadde eksistert.

Michelson interferometeret.

(A&F 19.2):

På neste side viser vi en skisse av Michelson interferometeret:



Heusichten mit Platten G_2 u. at den
optische Eigenschaften haben oder den
 gesamte Lichtstrahl bei reflektiert von
 M_1 oder M_2 (nach dem es steht sich

at geometriske lyseri er den samme).

Dette er væsentlig når vi ikke har tilstrækkelig koherent lys.

Interferometret kan bruges til

- i) nøjagtige målinger af lysens længde
- ii) præcise vinkelmålinger
- iii) måling af koherenslængde.

I 1881 viste Michelson alene (og senere mere nøjagtigt i samarbejde med Morley) ved hjælp af interferometriske målinger følgende:

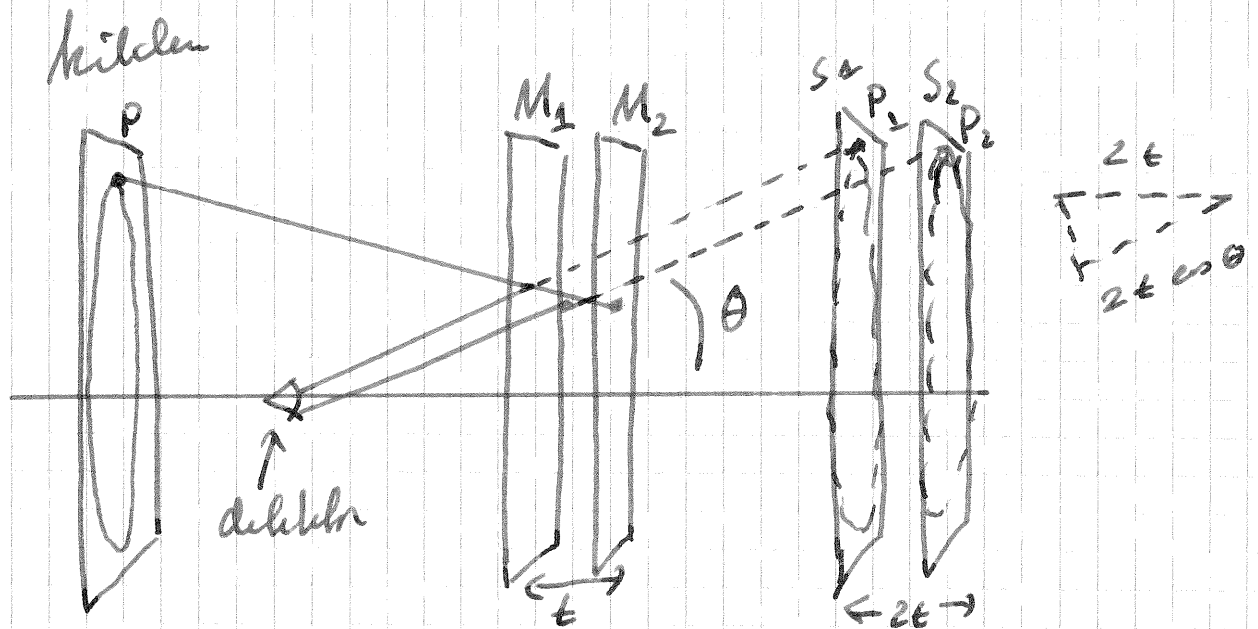
Lysk hastigheden i forhold til jorden
er uafhængig af jordens hastighed
i rummet rundt solen.

Dette resultat var uundværligt
for udviklingen af relativitetsteori.

Michelson fik i 1907 Nobelprisen
for "hans optiske præcisionsmålinger
og for de spektroskopiske
meteorologiske målinger han udførte
med dette."

(Altså, ikke for målingene som la
grundlaget for relativitetsteori).

Nærmiløet til interferensbånd:



En stråle fra punktet P på kilden S (som ikke er punktformet) reflekteres i M_1 og ser ud som om den kommer fra P_1 på det reflekterende plan S_1 . Strålen er også reflekteret i M_2 og ser ud som om den kommer fra P_2 på det reflekterende plan S_2 . Vi-differansen ved strålerne mellem de interfererende stråler er effektivt $2t/\cos \theta$.

Men t er forskjellen i veieringde fra kilden S til speilene M_1 og M_2 .

Dermed

$$\boxed{2t/\cos \theta = m\lambda} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

vil P observeres med maksimum konstruktiv interferens.

Dermed

$$\boxed{2t/\cos \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

vil lyset fra P være fullstendig utskutt ved destruktiv interferens.

Dermed P ligger på den optiske akse blir $\cos \theta = 1$ i de to ligningene.

Af figuren ses vi at de to bølgerne
 går forige side a sammen og
 hvor P ligger på skælen i planet S.
 Området for maksimal og konstruktiv
 og destruktiv interferens vil de for
 ses som koncentriske cirkler i
 dette planet og at øge eller en
 delvis planet fra den optiske akse.

Hvis man har en lyskilde
 med to bølglængder λ_1 og λ_2 ,
 vil interferensringene til disse
 falde sammen for nogen t
 (kaldes t') som er således at

$$2t' / \cos \theta = m \lambda_1 \quad m \text{ heltal}$$

$$2t' / \cos \theta = n \lambda_2 \quad n \text{ heltal}$$

med $m \neq n$. For andre vider
 av t vil f. eks. rignes falle
 midt mellom toene. Dette
 kan nyttes til å måle om
 bølge lengde differansen. For

eksperiment er det lett å måle
 bølge lengde differansen mellom de
 to Natrium linjene med
 bølge lengde

489.0 nm og 481.6 nm.
