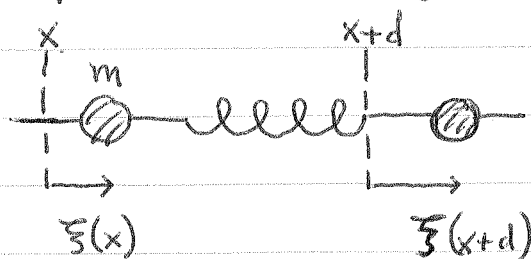


18.09.06 Impuls transportert med bølge



$\Rightarrow$ vi har masse m på lengden $d + \xi(x+d) - \xi(x) \approx d \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$
 $\approx \xi(x) + d \frac{\partial \xi}{\partial x}$

(med hastighet $\frac{\partial \xi}{\partial t}$)

massebevarelse

$\Rightarrow (\mu + \Delta\mu) \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) d = \underbrace{\mu d}_{\text{ved likevekt}}$
 $\uparrow$ avvik fra massetetthet μ ved likevekt

$\Rightarrow \Delta\mu = -\mu \frac{\frac{\partial \xi}{\partial x}}{1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}} \quad \left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right| \ll 1 \approx -\mu \frac{\partial \xi}{\partial x}$

$\Rightarrow$ impuls ^(p) pr lengdeenhet ("impulstetthet") = $\pi(x,t) =$

$(\mu + \Delta\mu) \frac{\partial \xi}{\partial t} = \left(\mu - \mu \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \frac{\partial \xi}{\partial t} = \mu \frac{\partial \xi}{\partial t} \left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)$

(Eks:) Midlere impulstetthet for sinusbølge $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$?

$\langle \pi \rangle = \langle -\mu \omega \xi_0 \cos(kx - \omega t) + \mu \omega \xi_0 k \xi_0 \cos^2(kx - \omega t) \rangle$
 $= -\mu \omega \xi_0 \underbrace{\langle \cos(kx - \omega t) \rangle}_{=0} + \mu \omega^2 \underbrace{\frac{k}{\omega}}_{1/v} \xi_0^2 \underbrace{\langle \cos^2(kx - \omega t) \rangle}_{1/2} = \frac{\frac{1}{2} \mu \omega^2 \xi_0^2}{v}$
 $= \frac{\langle \epsilon \rangle}{v}$

Dvs: Midlere impulstetthet = $\frac{\text{Midlere energitetthet}}{\text{Bølgeløshastigheten}}$

Viser seg å holde generelt, også for e.m. bølger!

(FGT 14.4, 14.7, AF ^{28.5} 28.6, KF 16.1, 16.2)

15.09.06

(LL 10.6, TM 15.2)

(38)

Lydbølger

= longitudinale bølger i elastisk medium

~~Stående~~ Lydbølger i (tynn) stang

Likerekt:  lengde L_0 tverrsnitt A

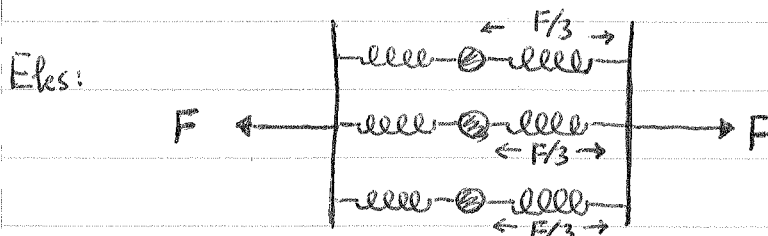
Strekke-kraft $F \Rightarrow$ forlengelse ΔL :



Hooke's lov: $F = k \cdot \Delta L$

større $L_0 \Rightarrow$ mindre $k \Rightarrow F = k \cdot L_0 \frac{\Delta L}{L_0} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{uach. av } L_0}}{K} \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$

større $A \Rightarrow$ større k og K :



$\Rightarrow$ For gitt L_0 og F vil $\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{K}$ av-ta prop. med antall fjærer

$\Rightarrow K$ prop. med $A \Rightarrow Y = K/A$ uach. av L_0 og A , dvs en materialkonstant

Dermed:

$$\frac{F}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

$\frac{F}{A}$ = kraft pr flateenhet = mekanisk spenning = "stress" [N/m^2]

$\frac{\Delta L}{L_0}$ = relativ tøyning = "strain"

Y = "~~elastic~~ Youngs modul" (en elastisk modul) ("elastisitetsmodulen")

Generelt, for linear respons i elastiske medier:

$$\boxed{\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} * \text{relativ tøyning}}$$

("stress = elastic modulus * strain")

Bølgehastighet og energi- og impulsforhold analogt med masse/fjær-transmisjonslinjen (med "lengde" erstattet av "volum")

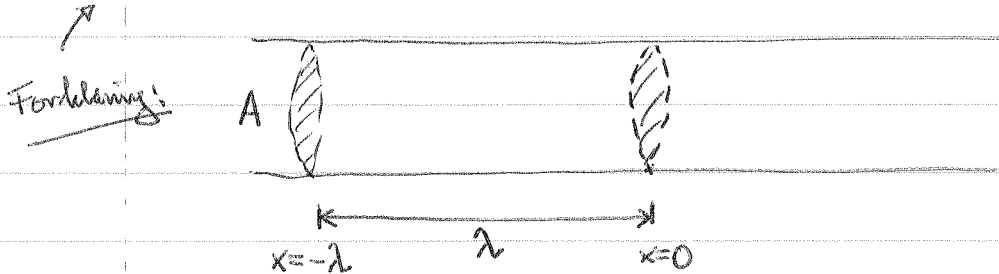
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{masse tetthet}}} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (\rho = \text{masse pr volumenet})$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} = \langle E \rangle &= \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 \quad [\text{J/m}^3] \\ \bar{\pi} = \langle \pi \rangle &= \frac{\frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2}{v} \quad [\text{N.s/m}^3] \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{for harmonisk bølge med} \\ \text{amplitude } \xi_0 \quad [\text{m}] \end{array}$$

Overført energi pr tidsenhet (dvs effekten) blir nå prop. med tverrsnittet A , siden energien pr lengdeenhet blir ~~med~~ $\bar{E} \cdot A$.

⇒ innfører bølgens intensitet I som overført energi pr tidsenhet og pr flateenhet:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{\bar{E} \cdot A \cdot \lambda / T}{A} = \bar{E} \cdot v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi^2 v \quad \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$



bølge-energi mellom $-\lambda$ og $0 = \bar{E} \cdot A \cdot \lambda$, passerer $x=0$ i løpet av tiden $T \Rightarrow I = \bar{E} A \lambda / AT = \bar{E} v$

Tall eksempel: Jern (Fe) har $Y = 1.9 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ og $\rho = 7200 \text{ kg/m}^3$. Bly (Pb) har $Y = 0.16 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ og $\rho = 11340 \text{ kg/m}^3$. Finn lydshastigheten i disse to metallene.

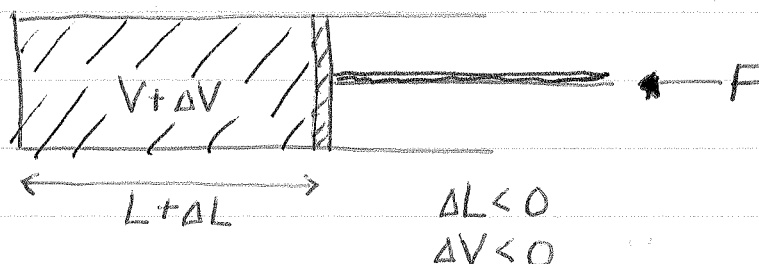
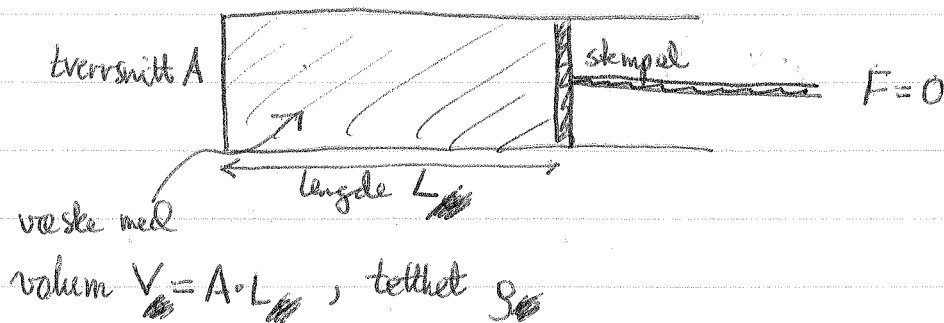
$$v(\text{Fe}) = \sqrt{\frac{1.9 \cdot 10^{11}}{7.2 \cdot 10^3}} \text{ m/s} = \sqrt{2.63 \cdot 10^7} \text{ m/s} \approx 5.1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$v(\text{Pb}) = \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{10}}{11.34 \cdot 10^3}} \text{ m/s} = \sqrt{1.41 \cdot 10^6} \text{ m/s} \approx 1.2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Fe er hardt og ikke altfor tungt $\Rightarrow$ stor v

Pb er bløtt og tungt $\Rightarrow$ moderat v

Lydbølger i væsker



$$\frac{F}{A} = -B \frac{\Delta L}{L} = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \left(\begin{aligned} \Delta V &= \Delta(A \cdot L) \\ &= A \cdot \Delta L \end{aligned} \right)$$

(spenning = elastisk modul * relativ foryning)

B = bulkmodulen $[N/m^2]$

massen er bevart $\Rightarrow m = \rho \cdot V = \text{konst.} \quad (\rho = m/V)$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = - \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad \left(\frac{\Delta V}{\Delta \rho} = - \frac{m}{\rho^2} = - \frac{V}{\rho} \right)$$

Lydhastighet i væsken: $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

Eks: Vann har $B = 2.1 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ og $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$\Rightarrow v_{\text{H}_2\text{O}} = \sqrt{2.1 \cdot 10^3} \text{ m/s} \approx \underline{1.45 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$$

Lydbølger i gasser (FGT 14.4, AF 28.6, YF 16.2)

LL 10.6

 ν : 0

20

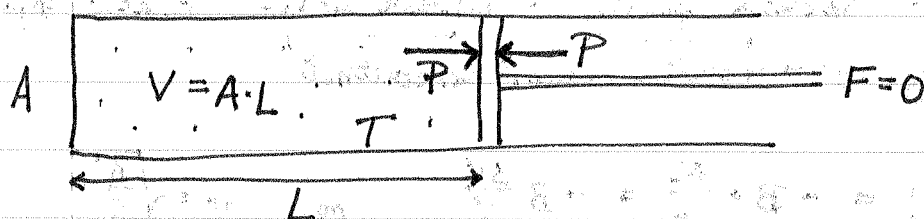
20000

(Hz)

Infrasonisk

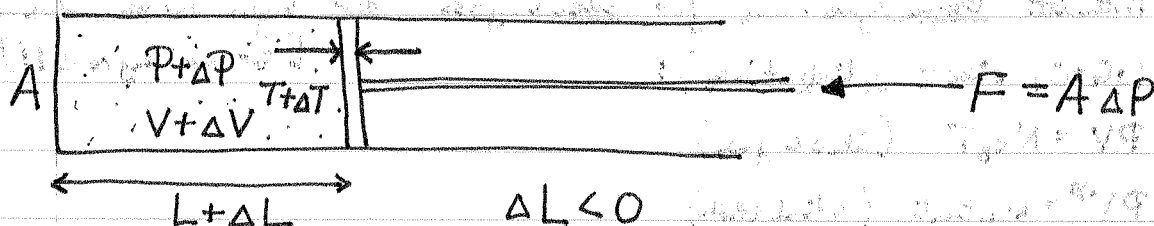
hørbart område

ultrasonisk



P = trykk = kraft
pr. flateenhet

T = temperatur



$$\Delta L < 0$$

$$\Delta V < 0$$

$$\Delta P > 0$$

$$\Delta T > 0$$

Hit 18.09.06

Gassens tilstandsligning: $PV^\gamma = \text{konstant}$

(når varmeisoleret fra omgivelsene; såkalt adiabatisk)

(adiabatkonstanten)

$$\gamma = C_p / C_v > 1$$

se T FY 4/65 /
FY 1005 Termisk
fysikk

$$\Delta(PV^\gamma) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta P \cdot V^\gamma + P \gamma V^{\gamma-1} \Delta V = 0$$

$$\Rightarrow \Delta P = -\gamma P \Delta V / V = -\gamma P \frac{\Delta L}{L}$$

$\frac{F}{A}$, "stress"

bulkmodulen
 $B = \gamma P$ relativ tøyning

$$\Rightarrow \text{Lydhastighet i gassen: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

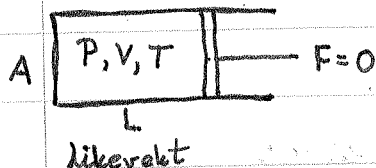
Ideell gass: $PV = N k_B T$ evt. $P = n k_B T$ ($n = N/V$)

20.09.06

Tar 42B, 43B (eg 44B his tid)

Lydbølger i gasser

ikke likevekt ("forstyrrelse" ap)



$$\Delta P > 0 \Rightarrow \Delta V < 0, \quad \Delta T > 0$$

Hadde generelt: mekanisk spenning = elastisk modul $\cdot$ relativ tøyning
og $v = \sqrt{\text{elastisk modul} / \text{tæthet}}$

Also:

$$\Delta P \left(= \frac{F}{A} \right) = -B \cdot \frac{\Delta L}{L} = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \text{eg} \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Bittelitt termodynamikk for ideell gass der ingen varme utveksles
($\Delta Q=0$, såkalt adiabatisk): [for mye lang reid!]

$$pV = Nk_B T \quad (\text{ideell gas})$$

og $PV^\gamma = \text{konstant}$ (adiabatisk)

$\gamma = C_p / C_v$, $C_p = (dQ/dT)_P$ = gassens varmekapasitet når P holdes konstant
 $C_v = (dQ/dT)_V$ = " " " " V " " "

$$\gamma = \frac{5}{3} \text{ (1-atomige Molekyl)}, \quad \gamma = \frac{7}{5} \text{ (2-atomige Molekyl, f. als } N_2, O_2, \text{ Luft!)}$$

WILLIAM W. WILSON

[Mer om dette i Termisk fysik, Varmemekanik, Statistisk mekanik]

Dermed:

$$\Delta(PV^n) = \Delta P \cdot V^n + P \cdot n V^{n-1} \Delta V = \Delta(\text{konstant}) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta P = -\gamma P \Delta V/V \quad [\text{storage en.} - P \frac{\Delta V}{V} \text{ pga piking i } T]$$

$\Rightarrow$ $B = \gamma P$ bulk modul for (ideall) gas

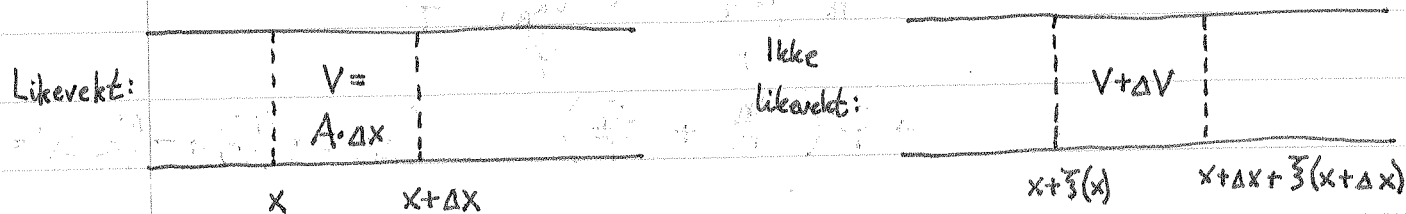
⇒ $v = \sqrt{\gamma p / \rho}$ lydhastigheten i (ideell) gas

Alternativ: $P = \frac{N k_B T}{V}$, $\rho = \frac{M}{V} = \frac{N \cdot m}{V}$ der $m =$ (mittlere) Molekülmasse

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{8Nk_B T/V}{N_m/V}}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{8k_B T}{m}}$$

Lydbølgen ~~tilsvare~~ tilsvare også ~~her~~ partiklers utsving $\xi(x,t)$ fra likevekt.
 (Dvs: ~~ikke~~ middelværdi for mange molekyler med tilfældige bevægelser!)



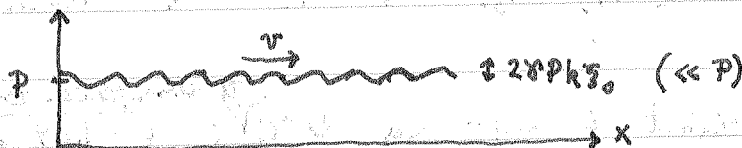
$$\Delta V = A \{ \xi(x+\Delta x) - \xi(x) \} \approx A \left\{ \xi(x) + \Delta x \frac{\partial \xi}{\partial x} - \xi(x) \right\} = A \Delta x \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \Rightarrow \Delta P = -B \frac{\Delta V}{V} = -\gamma P \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

~~Harmonisk bølge~~

Harmonisk bølge: $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$

$$\Rightarrow \Delta P(x,t) = -\gamma P k \xi_0 \cos(kx - \omega t) \quad (\text{tryk bølge})$$



Intensiteten: $I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 v \quad (\text{W/m}^2)$

Knapt hørbar lyd: $I = I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ("referanseniveau")

Samtale: $I \sim 10^{-6} \text{ W/m}^2$

Smertergrensen: $I \sim 1 \text{ W/m}^2$

(LL 10.6, TM 15.3)

Store variationer $\Rightarrow$ indfører logaritmisk skala: Intensitet i dB (desibel, eller Ag Bell)

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Eksempler: Samtale: $10 \log_{10} \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ dB}$

Smertergrense: $10 \log_{10} \frac{10^0}{10^{-12}} = 10 \cdot 12 = 120 \text{ dB}$

Dobbling av I : $10 \log_{10} \frac{2I}{I_0} = 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \approx 3 \text{ dB} + 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$
 dvs økning på 3 dB (nær, av hva I var)

Eksempler:

Lydhast. i luft ved 1 atm. trykk = ? ($\rho \approx 1.3 \text{ kg/m}^3$)

Løsning: 1 atm $\approx 101325 \text{ N/m}^2 \approx 10^5 \text{ N/m}^2$ [$= 10^5 \text{ Pa}$ (pascal)]

$\gamma \approx \frac{7}{5}$ (stort sett N_2 og O_2)

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot 10^5}{1.3}} \approx 330 \text{ m/s}$$

Lydhast. i He ved 1 atm. trykk = ? (molart volum $v_M = 22.4 \text{ L}$)

Løsning: $m(1 \text{ mol}) = N_A \cdot m_{\text{He}} = 6 \cdot 10^{23} \cdot 4 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 0.004 \text{ kg}$

$$\Rightarrow \rho = 0.004 \text{ kg} / 22.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \approx 0.18 \text{ kg/m}^3$$

~~Sjeldt opp treninger på He (f.eks. i laboratorier)~~

$\gamma = \frac{5}{3}$ (1-atomige molekyler)

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^5}{3 \cdot 0.18}} \approx 960 \text{ m/s}$$

Normal sømbale; midlere utslagsamplitude $\xi_0 = ?$ (ant. $\nu = 1000 \text{ Hz}$)

Løsning: $I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 v \Rightarrow \xi_0 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2I}{\rho v}} = \frac{1}{2000\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{1.3 \cdot 330}} \approx 11 \text{ nm}$

og midlere (partikkel-) hastighetsamplitude $\xi = ?$

Løsning: $\xi = -\omega \xi_0 \cos(kx - \omega t) \Rightarrow \text{amplitude } 2\pi \nu \xi_0 \sim 2000\pi \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \sim 7 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$
 $(\ll v)$

Relativ trykklending ~~til~~ ved normal sømbale = ?

Løsning: $\Delta P \approx -\rho P \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\rho \underbrace{\gamma k \xi_0}_{(\Delta P)_0} \cos(kx - \omega t)$

$$\Rightarrow \frac{(\Delta P)_0}{P} = \gamma k \xi_0 = \frac{2\pi \gamma \xi_0}{\lambda} = \frac{2\pi \gamma \xi_0}{v/\nu} \sim \frac{2\pi \cdot \frac{7}{5} \cdot 10^{-8}}{330/1000} \sim 3 \cdot 10^{-7}$$

"Skutt kommarer":

Også mulig med transversale bølger i faste stoffer: $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

G = "skjærmodulen" $< B \Rightarrow$ går langsommere enn de longitudinale

Seismiske / jordskjelvr: P -bølger (long) og S -bølger (transv.)

Jorda



kommer først
 (ingen S -bølger går her!)

kommer senere, mer ødeleggende