

30.10.06

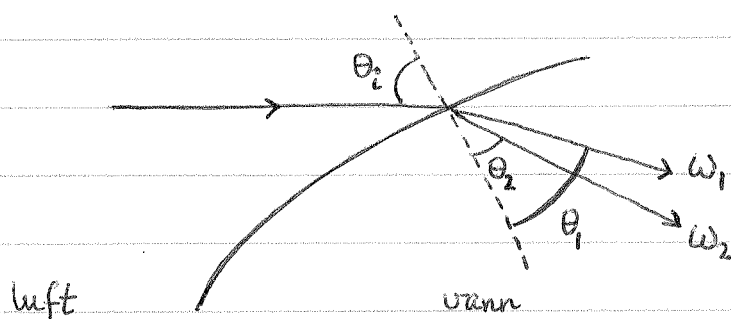
96

Dispersjon. Regnbue. (LHL 30.7, TM 31.6)

Dispersjon: $v = v(\omega)$

$$\Rightarrow n = \frac{c}{v} = \frac{c}{v(\omega)} = n(\omega)$$

$$\Rightarrow \epsilon_r \approx n^2(\omega) \approx \epsilon_r(\omega) \quad (\text{antar } \mu_r \approx 1)$$



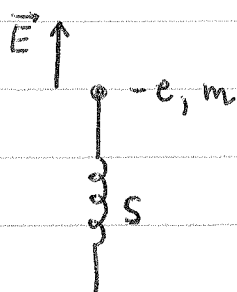
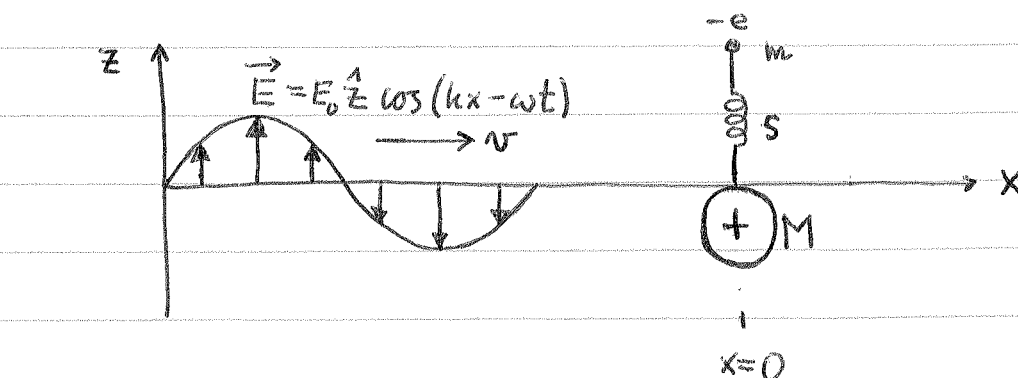
$$n(\omega_1) = n_1$$

$$n(\omega_2) = n_2 > n_1$$

$\Rightarrow$ f.eks. regnbue
(mer snart!)

Men hvorfor er e.m. bølger dispersive i et dielektrikum som f.eks. vann?

Ser på enkel modell for bundet elektron i molekyl (for å finne ut noe om $\epsilon_r(\omega)$ og $n(\omega)$):



$$m \ddot{z} = -S z - e E_0 \cos \omega t$$

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = -\frac{e E_0}{m} \cos \omega t$$

$$\Rightarrow z(t) = z_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

med

$$z_0(\omega) \sim \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (\text{jfr. Tvingen svingning})$$

$$\Rightarrow \text{indusert dipolmoment } \vec{p}(t) = \frac{1}{2} p_0(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$$

med

$$p_0(\omega) = e z_0(\omega) \sim \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\Rightarrow \text{elektrisk polarisering } P = \frac{\Delta p}{\Delta V} \sim \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$P = \epsilon_0 \chi_e E = A \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$D = \epsilon_0 E + P \Rightarrow E = \frac{D}{\epsilon_0} - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\epsilon_0} = E_0 \left\{ 1 - \frac{A/\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right\} \\ = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{\epsilon_r} = E_0 \left\{ 1 - \frac{A/\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right\}$$

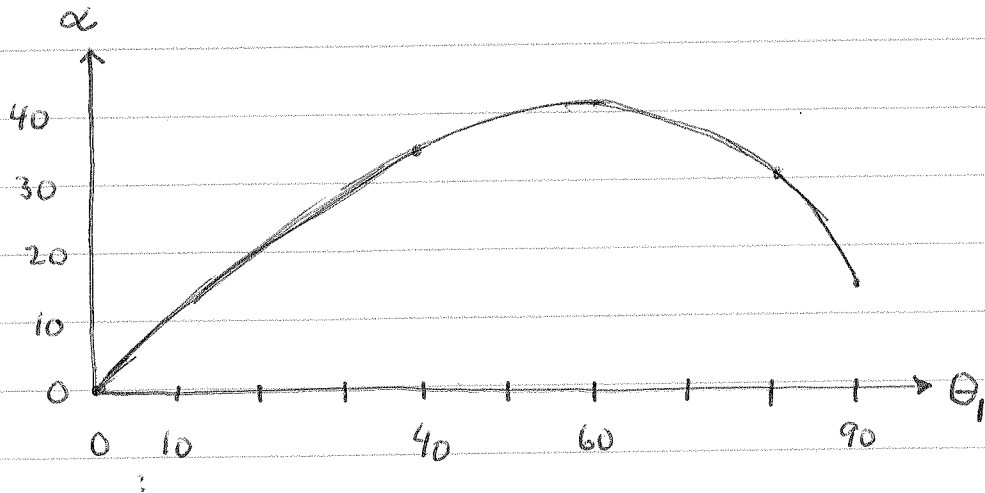
$$\Rightarrow \epsilon_r(\omega) \approx n^2(\omega) \approx \left\{ 1 - \frac{A/\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right\}^{-1} \\ \Rightarrow n(\omega) \approx \left\{ 1 - \frac{A/\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right\}^{-1/2} \quad \left. \vphantom{\frac{A/\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2}} \right\} \text{Dispersjon!}$$

Synlig lys: $\omega \ll \omega_0$

$$\Rightarrow n(\omega) \approx \left\{ 1 - \frac{A}{\epsilon_0 \omega_0^2} - \frac{A \omega^2}{\epsilon_0 \omega_0^4} \right\}^{-1/2}$$

$$\approx 1 + \frac{A}{2\epsilon_0 \omega_0^2} + \frac{A \omega^2}{2\epsilon_0 \omega_0^4} \dots \approx 1 + K_1 + \frac{K_2}{\lambda^2}$$

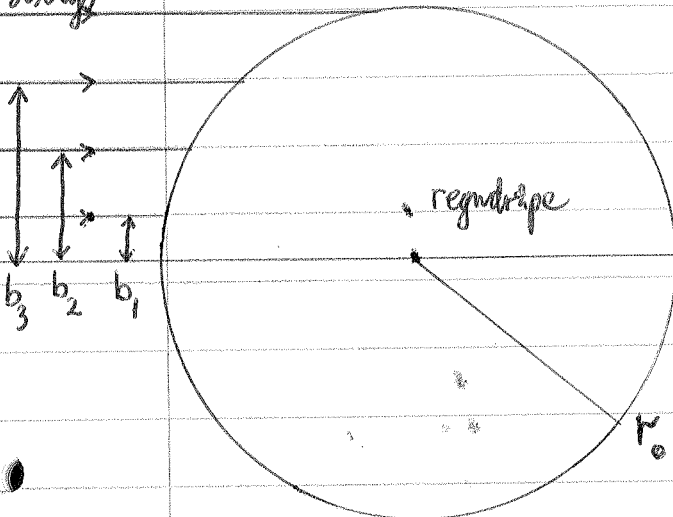
$\Rightarrow$ Blått lys ($\lambda_B \sim 400 \text{ nm}$) brytes mer enn rødt lys ($\lambda_R \sim 700 \text{ nm}$) i grenseflate luft/dielektrikum



rødt lys: $\alpha_{\max}^R \approx 42^\circ$

blått lys: $\alpha_{\max}^B \approx 40^\circ$

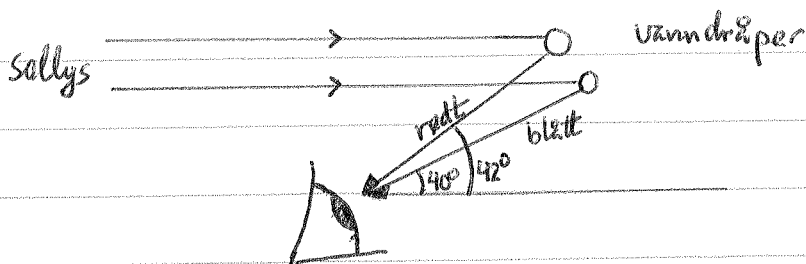
sollys



$b = \text{"impact parameter"}$

$b_{\max} = r_0 = \text{dråpens radius}$

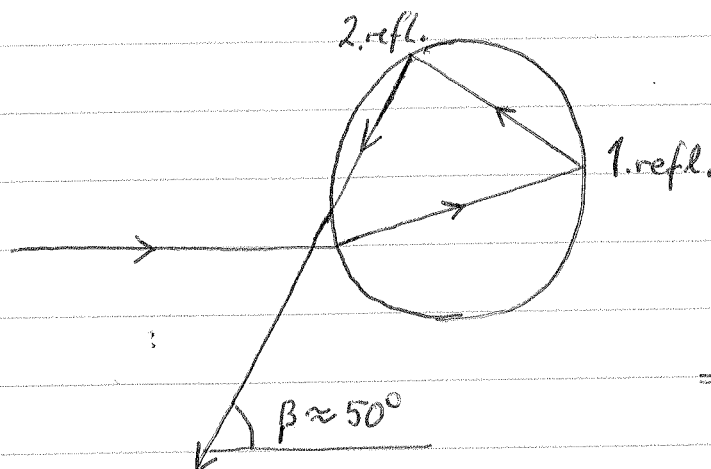
- Ulike α for ulike b
- "Størst" intensitet i retning gitt ved $\alpha_{\max}$ (selv om det meste av intensiteten går ut av dråpen etter to brytninger) fordi ganske mange b -verdier gir θ_1 i nærheten av 60°



3 dimensjoner

↓
bestemt farge fra
dråper som ligger på
kjegleflate med ditt
øye i "toppunktet"

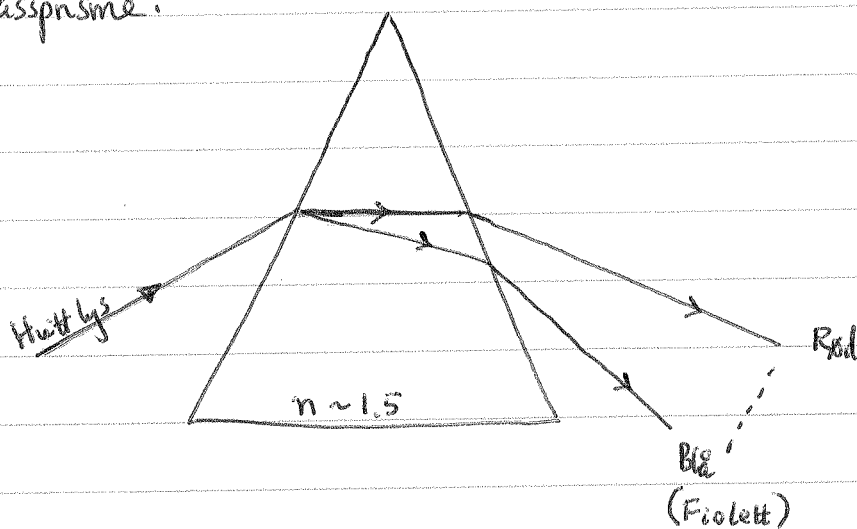
Sekundær regnbue fra 2 indre refleksjoner i vænndrøpene:



større $n \Rightarrow$ større β

$\Rightarrow$ blått ytterst og rødt innerst i sekundær regnbue!

Glassprisme:



ROGGBIF: Rød - Oransje - Gul - Grønn - Blå - Indigo - Fiolett

λ (nm)	760	610	590	540	460	400
ν ($\times 10^{14}$ Hz)	3.9	4.9	5.1	5.6	6.5	7.5

1.11.06

101

Fermats prinsipp og Huygens' prinsipp (LHL 29.1, TM 31.5, 31.8)

Lysets utbredelse, dvs geometrisk optikk, kan forklares med ett av følgende to fundamentale prinsipper:

Fermats prinsipp (Pierre de Fermat 1601-1655):

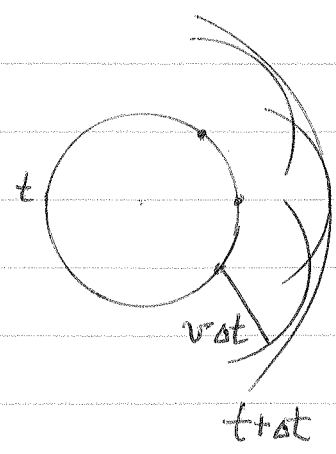
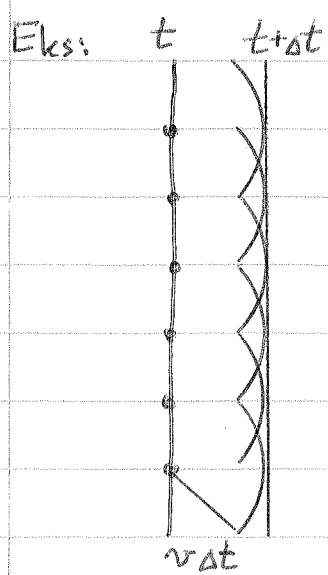
En lysstråle velger den veien mellom to punkter A og B som tar kortest tid.

[Analogi: Minimering av et systems energi. "Variasjonsprinsipp"]
[Fundamental egenskap ved naturen!]

Huygens' prinsipp (Christiaan Huygens 1629-1695):

Ethvert punkt på en bølgefront er opphav til en ny kuleformet "småbølge". På et senere tidspunkt er bølgefronten overflatetangenten til alle disse småbølgene.

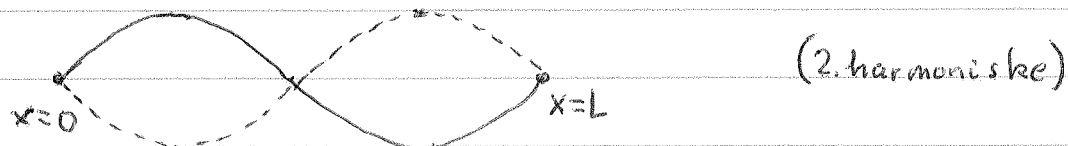
[Småbølgene har samme bølgefart som "primærbølgen"]



Nyttig i forb. med diffraksjon og interferens.

Interferens (LHL 30, TM 33)

Eksempel: Stående bølger på streng



$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = \xi_0 \sin kx \sin \omega t \quad \left(k = \frac{2\pi}{L} \right)$$

↑
superposisjonsprinsippet!

⇒ utsvings maksima (ved $x = \frac{L}{4}, \frac{3L}{4}$) og minima (ved $x = 0, \frac{L}{2}, L$)

Får tilsvarende effekt også i 2 og 3 dimensjoner, med lydølger, overflateølger, elektromagnetiske ølger osv

Brøker lys som eksempel.

Antar monokromatisk lys (dvs: kun én frekvens) og samme frekvens fra alle lyskilder.

Antar koherente lyskilder: Fast (tidsuavhengig) sammenheng mellom fasene til alle lysstrålene (ølgene). (Men ikke nødvendigvis ølger "i fase".)

$$E_1(r,t) = E_0 \cos(kr - \omega t - \varphi_1)$$

$$E_2(r,t) = E_0 \cos(k(r+\Delta r) - \omega t - \varphi_2)$$

⇒ faseforskjell: $\Delta\phi = k\Delta r - \varphi_2 + \varphi_1$ er uavhengig av t

[Inkoherent lys: $\Delta\phi(t)$]