Løsning Øving 11

Løsning oppgave 1

a) Fra ligningen på side 218 i forelesningene har vi:

$$\sin\theta_c = \frac{n_1}{n_2} \tag{1}$$

Her er $n_1 = 1$, og θ_c skal være 45° som gir innsatt i (1):

$$n_2 = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx \underline{\underline{1.41}} \tag{2}$$

b) Skal prismekikkerten virke under vann, må vi der ha $\theta_c < 45^\circ$. Fra lign. (1) får vi:

$$\sin\theta_c = \frac{1.33}{1.50}$$

som gir:

$$\theta_c = 62.5^\circ \tag{3}$$

Dvs: $\underline{\underline{\text{Prismekikkerten virker ikke under vann.}}}$

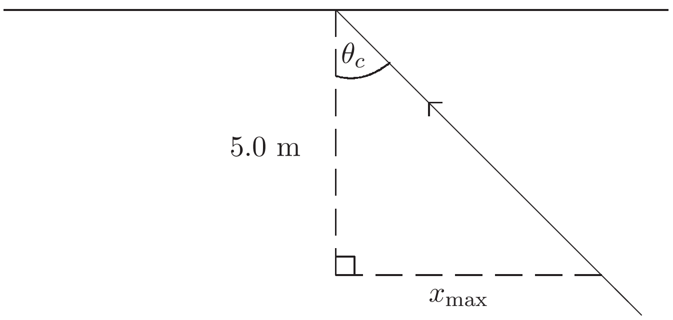
c) Minimalverdien for n_2 dersom prismekikkerten skal virke under vann er gitt ved:

$$\sin 45^\circ = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1.33}{n_2}$$

som gir:

$$n_2 = \frac{1.33}{\sin 45^\circ} = \underline{\underline{1.88}} \tag{4}$$

Løsning oppgave 2



Vi kaller største horisontale avstand som sjøfuglen kan se haien for $x_{\max}$. Vi har da:

$$\sin\theta_c = \frac{1.00}{1.33} \;\Rightarrow\; \theta_c = 48.8^\circ$$

og

$$x_{\max} = 5.0 \text{ m} \cdot \tan\theta_c = \underline{\underline{5.7 \text{ m}}}$$

Løsning oppgave 3

For alle typer bølger (også lydbølger) har vi

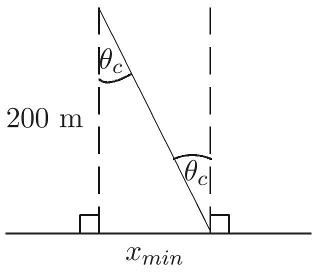
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \tag{5}$$

For lyd får vi (på samme måte som for lys) totalrefleksjon når $\sin\theta_2 = 1$, dvs. når $\theta_1 = \theta_c$ er gitt ved:

$$\sin\theta_c = \frac{v_1}{v_2} = \frac{340}{1500} \tag{6}$$

$$\Rightarrow \quad \theta_c = 13.1°$$

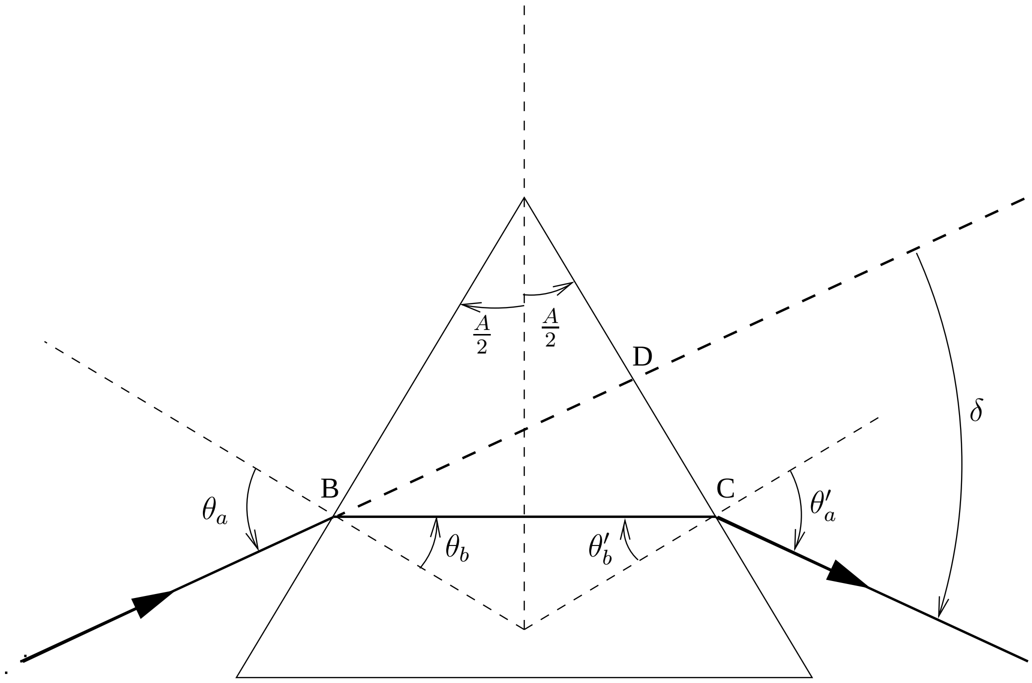
Situasjonen i oppgaven er (med minimum avstand fra båten for totalrefleksjon kalt x_{min}) som illustrert nedenfor:



som gir:

$$x_{min} = 200 \text{ m} \cdot \tan 13.1° \approx \underline{\underline{47 \text{ m}}} \tag{7}$$

Løsning oppgave 4



a) Ved figurbetraktning ser vi

$$\theta_b = A/2 \tag{8}$$

(Vinklenes høyre bein står normalt hverandre og også vinklenes venstre)

$$\angle CBD = \frac{\delta}{2} \tag{9}$$

(Symmetrisk gjennomgang og derfor like stor brytning gjennom begge flater.) Dermed:

$$\theta_a = \frac{\delta}{2} + \theta_b \overset{(8)}{=} \frac{\delta}{2} + \frac{A}{2} \tag{10}$$

Ved Snells brytningslov:

$$\frac{\sin\theta_a}{\sin\theta_b} = \frac{n}{1} = n \tag{11}$$

(8) og (9) i (10) gir:

$$\underline{\underline{\sin\frac{\delta + A}{2}}} = \underline{\underline{n\,\sin\frac{A}{2}}} \qquad \text{q.e.d} \tag{12}$$

b) $n = 1.62$ og $A = 60°$

$$\sin\frac{\delta + A}{2} = n\sin\frac{A}{2} = 1.62 \cdot \frac{1}{2} = 0.81 \tag{13}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\delta + A}{2} = 54.1^\circ$$

og

$$\delta = 2 \cdot 54.1^\circ - 60.0^\circ = 48.2^\circ \approx \underline{\underline{48^\circ}} \tag{14}$$

c)

$$\sin\frac{\delta_{\text{rød}} + A}{2} = n_{\text{rød}} \sin\frac{A}{2} = \frac{n_{\text{rød}}}{2} \tag{15}$$

$$\sin\frac{\delta_{\text{fiolett}} + A}{2} = n_{\text{fiolett}} \sin\frac{A}{2} = \frac{n_{\text{fiolett}}}{2} \tag{16}$$

$\Rightarrow$

$$\sin\frac{\delta_{\text{fiolett}} + A}{2} - \sin\frac{\delta_{\text{rød}} + A}{2} = \frac{n_{\text{fiolett}} - n_{\text{rød}}}{2} \tag{17}$$

Rottmann s.42:

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

gir:

$$2\cos\left(\frac{\delta_{\text{fiolett}} + \delta_{\text{rød}}}{4} + \frac{A}{2}\right)\sin\left(\frac{\delta_{\text{fiolett}} - \delta_{\text{rød}}}{4}\right) = \frac{n_{\text{fiolett}} - n_{\text{rød}}}{2} = 0.02 \tag{18}$$

$$\frac{\delta_{\text{fiolett}} + \delta_{\text{rød}}}{2} \approx \delta_{\text{med n=1.62}}$$

gir innsatt i (18):

$$2\cos\left(\frac{48.2^\circ + 60.0^\circ}{2}\right)\sin\left(\frac{\delta_{\text{diff}}}{4}\right) = 0.02 \tag{19}$$

der $\delta_{\text{diff}} \equiv \delta_{\text{fiolett}} - \delta_{\text{rød}}$ og videre:

$$\sin\frac{\delta_{\text{diff}}}{4} = \frac{0.02}{1.173} \approx 0.0171$$

som gir:

$$\delta_{\text{diff}} = 3.91^\circ \approx \underline{\underline{3.9^\circ}} \tag{20}$$

<u>Merknad:</u>

Bare det som er dekket av denne oppgaven er pensum av A&F kap 33.6.