ØVING 12

Veiledning: *21-24.11*
Innleveringsfrist: *25.11*

Oppgave 1

a) To smale spalter som er adskilt med avstand 0.12 mm blir belyst med tilstrekkelig koherent lys med bølgelengde $\lambda = 589$ nm fra en natriumlampe. Interferensmønsteret registreres på en fotografisk film plassert 2.00 m fra spaltene. Hva blir avstanden mellom 0'te og 1'te ordens maksima på filmen?

b) Oppsettet i punkt a senkes ned i vann med brytningsindeks $n = 1.33$. Hva blir da avstanden mellom 0'te og 1'te ordens maksima på filmen?

Fasit: a) 9.8 mm b) 7.4 mm

Oppgave 2

Vi betrakter Youngs interferensforsøk som illustrert i forelesningene på s. 168, men med den forskjellen at den ene spalteåpningen er dekket av en tynn plastfolie (med brytningsindeks 1.60). Dobbeltspalten belyses av en planbølge med monokromatisk lys med $\lambda = 510$ nm. Da blir senterpunktet (evt. senterlinjen) på observasjonsskjermen mørkt (dvs. intensitetsminimum). Hva er tykkelsen (den minste) til plastfolien?

Fasit: 430 nm

Oppgave 3

En (tilnærmet) plan såpefilm (består av vann + såpe og har luft på begge sider) har brytningsindeks $n = 1.34$ og er 120 nm tykk.
Hvilken farge vil en se normalt filmens overflate når skjermen belyses normalt (fra samme side som observatøren) med hvitt lys?

Fasit: 640 nm

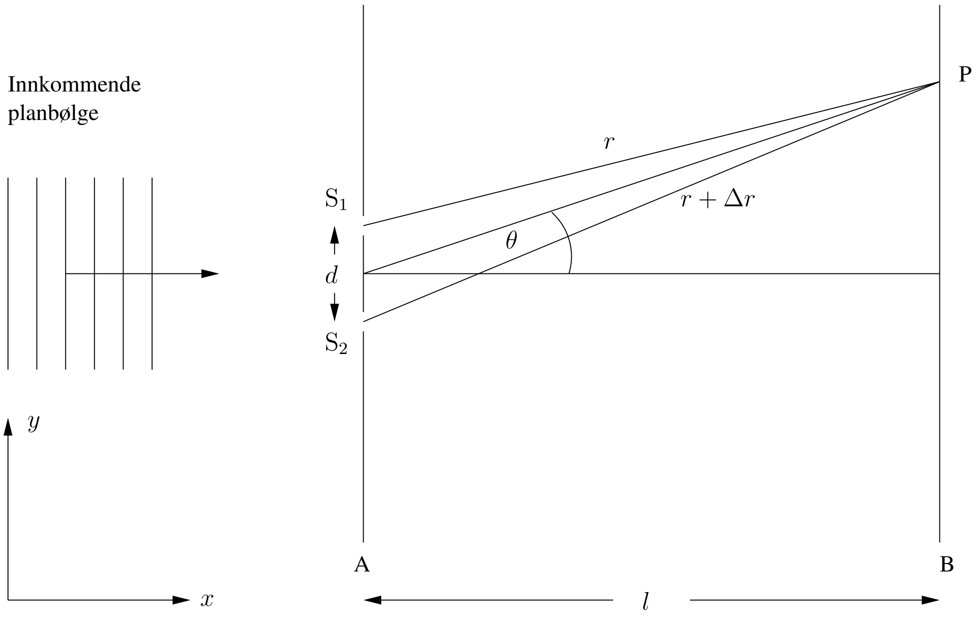
Oppgave 4

En tynn film av alkohol (med brytningsindeks $n_1 = 1.36$) ligger på en plan glassflate (med brytningsindeks $n_2 = 1.58$). Når monokromatisk (og tilstrekkelig koherent) lys med mulighet til bølgelengdevariasjon over hele det synlige spekteret, sendes normalt inn imot filmen, finner vi følgende: Reflektert lys har maksimum for $\lambda = 650$ nm og minimum (det nærmeste) for $\lambda = 520$ nm. Hva er tykkelsen til alkoholfilmen ?

Fasit: 480 nm

Oppgave 5 (Oppgave 2 Eksamen Fysikk 3 2/12 1998)

Vi skal i første del av denne oppgaven betrakte en planbølge med lys (som er lineærpolarisert) som kommer inn mot en skjerm A med to spalter S_1 og S_2. Interferensmønsteret dannet av lyset som passerer S_1 og S_2 blir registrert på en skjerm B (som om nødvendig kan være uendelig stor) plassert en avstand l fra A, som vist på figuren nedenfor.



Vi antar at spaltene S_1 og S_2 er like og så smale at hver av dem (i samsvar med Huygens' prinsipp) er utgangspunktet for en bølge med en halvsirkel som tverrsnitt. Dvs. vi antar at bølgene fra de to spaltene er sylinderbølger og at spaltene er så lange at vi ikke har problem med ende-effekter der vi observerer lysfordelingen på skjermen B. I hele oppgaven skal vi altså bare regne på det som skjer i det tverrsnit som papirplanet representerer, der bølgene fra S_1 og S_2 har halvsirkler som bølgefronter. Vi antar for hele oppgaven at $l \gg d$ slik at lysstrålen fra S_1 til et punkt P på B kan betrakes å være parallell med lysstrålen fra S_2 til P (uavhengig P's plassering).

Vi antar videre for pkt a, b, c og d:

- Avstanden d mellom sentrum av spaltene er 50 μm.

og i tillegg for pkt. a og b:

- Det innkommende lyset er fullstendig koherent og har bølgelengde $\lambda = 500$ nm.

a) Finn et uttrykk for de bøyningsvinkler θ som gir maksimum intensitet (dvs. sentrum i de lyse interferensstripene) uttrykt ved λ og d.
Finn tallsvar for disse bøynignsvinklene θ (med oppgitte tallverdier innsatt for λ og d).

(Merk at det ikke er tillatt å nytte det som er oppgitt i pkt. b for å løse dette oppgavepunktet.)

De elektriske feltene henholdsvis fra spalt S_1 og fra spalt S_2, kan i et punkt P på observasjonsskjermen (dvs. at lyset er bøyd vinkelen θ) uttrykkes ved:

$$E_1 = E_{10}\cos[kr - \omega t - \varphi]$$
$$E_2 = E_{20}\cos[k(r + \Delta r) - \omega t - \varphi]$$

der $k = 2\pi/\lambda$, ω er vinkelfrekvensen, φ er en fasekonstant (som vi ikke har bestemt), r er avstanden fra S_1 til P og $r+\Delta r$ er avstanden fra S_2 til P. E_{10} og E_{20} er avhengige av henholdsvis r og $r + \Delta r$. I pkt. b skal vi imidlertid betrakte så små θ at vi med god tilnærmelse for dette punktet kan sette:

$$E_{10} = E_{20} \equiv E_0 \quad \text{(uavhengig } P\text{'s plassering på skjermen } B\text{)}$$

b) Utled at lysets intensitetsfordeling på observasjonsskjermen i y-retning er gitt ved:

$$I_\theta = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

der I_θ er intensiteten til lyset bøyd vinkelen θ, I_0 er intensiteten i foroverretning (dvs. for $\theta = 0$) og $\delta = kd\sin\theta$.

Kontrollér at det er samsvar mellom dette resultatet og det du fikk i pkt. a.

Vi antar nå for pkt. c og d at innkommende lysstråle <u>ikke</u> er fullstendig koherent. Vi antar fortsatt at den innkommende strålen er fullstendig koherent over hele tverrsnittet før den kommer inn mot spaltene (og for pkt. d <u>før</u> den kommer til glassplater som plasseres foran S_2). Men vi antar nå at frekvensbredden til det innkommende lyset er endelig og at innkommende lys har en endelig koherenslengde l_c lik 5 μm. (Dvs. at dersom en kjenner fasen i et punkt på innkommende stråle, så kan fasen predikteres med noenlunde sikkerhet 5 μm i strålens forplantningsretning, men ikke vesentlig lengre.) Middelbølgelengden λ_m lar vi fortsatt være 500 μm

c) Vil interferensmønsteret på observasjonsskjermen B være annerledes når $l_c = 5$ μm enn om $l_c = \infty$ (dvs. fullstendig koherens)? Hvis ja, forklar kvalitativt hvordan det er annerledes og hvorfor.

I pkt. d skal vi la spalten S_2 være tildekket av glassplater (bare én av gangen) av forskjellige tykkelser (glassplatene plasseres foran S_2, dvs. på den siden av skjermen A som vender mot lyskilden) mens S_1 ikke er tildekket. Vi antar at sideflatene til glassplatene er parallelle med hverandre og fullstendig plane. Vi ser bort fra diffraksjon pga. kanten av en glassplate mellom S_1 og S_2. Brytningsindeksen for glassplatene antas å være 1.50 (vi antar at vi kan se bort fra dispersjon).

d) Hvordan blir interferensmønsteret (som registreres på skjermen B) sammenlignet med det uten glassplate foran S_2 om glassplaten foran S_2 har tykkelse som nedenfor angitt?

1. 500 nm
2. 1000 nm
3. 30 μm
4. 1000 μm

Vi betrakter nå i stedet en plan elektron-"bølge" som kommer inn mot spalteskjermen som vist ovenfor for lysbølger. Vi vil da (under tilsvarende antagelser som ovenfor) i punktet P på skjermen (tilsvarende bøyning en vinkel θ) ha:

$$\Psi_\theta = \Psi_1 + \Psi_2$$

der Ψ_1 er bølgefunksjonen fra spalt S_1 og Ψ_2 bølgefunksjonen fra spalt S_2. Merk at Ψ_θ er bølgefunksjonen for ett elektron. Vi antar også her at $l \gg d$ og videre at vi betrakter så små θ at vi med god tilnærmelse kan sette at Ψ_1 og Ψ_2 har samme amplitude ψ_0. Vi har da:

$$\Psi_1 = \psi_0 e^{i[kr - \omega t - \varphi]}$$
$$\Psi_2 = \psi_0 e^{i[k(r+\Delta r) - \omega t - \varphi]}$$

der $k = 2\pi/\lambda = p/\hbar$ (med $\hbar = h/2\pi$ og $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js), $\omega = E_{\text{tot}}/\hbar$, p er bevegelsesmengden og E_{tot} er totalenergien til ett elektron, r er avstanden fra spalt S_1 til punktet P, $r + \Delta r$ er avstanden fra spalt S_2 til punktet P, og φ er en fasekonstant.

e) Finn $|\Psi_\theta|^2$ som funksjon av $\delta = kd \sin\theta$. Hva er i dette eksperimentet den fysiske tolkningen av $|\Psi_\theta|^2$ (ifølge Max Borns sannsynlighets-interpretasjon)?

Oppgitt:

- Intensiteten for en periodisk elektromagnetisk bølge i vakuum er gitt ved:

  $$I = \varepsilon_0 c \overline{E^2}$$

  der E er det elektriske feltet til bølgen, $\overline{E^2}$ er E^2 midlet over en periode, ε_0 er permittiviteten i vakuum og c er lyshastigheten i vakuum.

  Dersom $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi')$ der φ' er en konstant (dvs. uavhengig t) har vi:

  $$\overline{E^2} = \frac{1}{2} E_0^2$$

- Når lyshastigheten i vakuum kalles c, så er lyshastigheten (dvs. fasehastigheten for lys) c_s i et stoff med brytningsindeks n gitt ved $c_s = c/n$, og dersom vakuumbølgelengden er λ, så er bølgelengden λ_s i stoffet gitt ved $\lambda_s = \lambda/n$.

- $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}, \quad 1 + \cos a = 2\cos^2 \frac{a}{2}$