ØVING 2

Veiledning: *12–15.09*
Innleveringsfrist: *16.09*

Oppgave 1

a) En masse $m = 5.00$ kg er gjennom en fjær med fjærkonstant (fjærstivhet) k forbundet med et fast punkt. Parallelt med fjæra kan det være en mekanisk demper med dempningsresistans b. Dette svingesystemet oppfyller den lineære differensialligningen:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F(t) \tag{1}$$

der $x = x(t)$ er utsvinget av massen (regnet fra likevektsposisjonen). Videre er $F(t)$ en gitt ytre kraft som virker på massen (i x-retningen).

a) Når svingesystemet svinger fritt (dvs. når $F(t) = 0$), har det en svingeperiode $T_0 = 10.0$ s. Finn fjærkonstanten k (uttrykt ved m og T_0) når vi regner med at svingningen er udempet ($b = 0$). Regn også ut tallsvar.
(Tips: Benytt den generelle løsningen $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$ som prøveløsning og bestem $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ gitt ved k og m.)

b) Når den mekaniske dempningen er virksom ($b \neq 0$), blir det en dempet svingning med "periode" $T_d = 10.5$ s (slik at det er en tidsforskjell $T_d/2$ mellom hver gang massen passerer likevektsposisjonen $x = 0$). Finn dempningsresistansen b (uttrykt ved T_0, T_d og m). Regn og ut tallsvar.
(Tips: Benytt den generelle løsningen $x = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \varphi)$ som prøveløsning og bestem først $\omega_d = \frac{2\pi}{T_d}$ og δ gitt ved ω_0, b og m.)

c) For tilfellet med:

$$F(t) = F_0\cos(\omega t) \tag{2}$$

der $F_0 = 1.00$ N, har differensialligningen en partikulær løsning

$$x(t) = A_0\sin(\omega t + \varphi_0) \tag{3}$$

der A_0 og φ_0 kan gis ved:

$$A_0 = \frac{F_0}{\omega G(\omega)} \qquad \text{og} \qquad \cos\varphi_0 = \frac{b}{G(\omega)}$$

med:

$$G(\omega) = \sqrt{b^2 + (\omega m - k/\omega)^2}$$

Finn bokstavuttrykk og tallsvar for den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_1$ der utsvinget x har størst amplitude og for den vinkelfrekvensen $\omega = \omega_2$ der farten $v = dx/dt$ har størst amplitude. Finn også tilhørende tallverdier for φ_0.

Oppgave 2

(Denne oppgaven er ment som introduksjon til bølgefysikk, og forutsetter ikke kunnskaper i bølgefysikk utover 2FY.)

En bølge forplanter seg langs en streng utstrakt horisontalt (i x-retning). Strengen har kun vertikale utsving (i y-retning). Vi antar at strengen er uendelig lang og at utsvinget til strengen (overalt og til alle tider) er beskrevet ved:

$$y = A\sin(kx - \omega t)$$

der $A = 0.010$ m, $k = \frac{2\pi}{0.10}$ m^{-1} og $\omega = 2\pi \cdot 1.0 \cdot 10^2$ s^{-1}.

a) Tegn opp (dvs. skissér for hånd) utsvinget y som funksjon av x for $0 \leq x \leq 0.25$ m for $t = 0$, $t = 0.0025$ s og $t = 0.0050$ s. For hvilke tider t vil utslaget y (for alle verdier av x) være det samme som for $t = 0$?

b) Finn perioden T for denne bølgen (dvs. tiden mellom for eksempel to påfølgende maksimalutsving i positiv y-retning for en gitt x-verdi).

c) Finn bølgelengden λ for denne bølgen (dvs. for eksempel avstanden mellom to nærmeste bølgetopper).

d) Finn hastigheten v_f som bølgetoppen forplanter seg med i x-retning. (Denne hastigheten kalles fasehastigheten til bølgen). Finn også den maksimale hastigheten v_p til et strengelement. (Denne hastigheten kalles ofte partikkelhastighet.)

e) Finn den maksimale akselerasjon a^{maks} et strengelement kan ha.

f) Dersom

$$y = A\cos(kx - \omega t + \varphi)$$

skal beskrive eksakt den samme bølgen som

$$y = A\sin(kx - \omega t),$$

hvilken verdi må φ ha? (Bølgeforplantning med bølger som kan beskrives ved én sinusfunksjon eller én cosinusfunksjon som ovenfor, kalles harmoniske bølger. Ethvert strengelement svinger harmonisk.)