ØVING 3

Veiledning: *19-22/9.05*
Innleveringsfrist: *23.09.05*

Oppgave 1

a) Vis at summen $y_3 = y_1 + y_2$ av to harmoniske bølger med samme amplitude, frekvens og bølgelengde beskrevet ved:

$$y_1 = A\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

og

$$y_2 = A\cos(kx - \omega t + \varphi_2)$$

også er en harmonisk bølge beskrevet ved:

$$y_3 = A_3\cos(kx - \omega t + \varphi_3).$$

Bestem A_3 og φ_3 ved A, φ_1 og φ_2!

(Hint: $\cos u + \cos v = 2\cos\frac{u+v}{2}\cos\frac{u-v}{2}$)

b) Vi lar nå $\Delta\varphi \equiv \varphi_1 - \varphi_2$ variere. Finn hvilke verdier av $\Delta\varphi$ som gir $|A_3|$ maksimalverdi og $|A_3|$ minimalverdi! Finn også $|A_3|^{\text{maks}}$ og $|A_3|^{\text{min}}$!

Oppgave 2

Følgende bølgeligning gjelder for flere typer bølger som forplanter seg i én dimensjon:

$$\frac{\partial^2 D(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 D(x,t)}{\partial t^2}. \tag{1}$$

Vi antar at vi ikke har dispersjon og at v derfor er en konstant for et gitt medium. Vi antar også at vi ikke har dempning.

a) Vis at dersom $D_1(x,t)$ og $D_2(x,t)$ begge er løsning av (1), så er også $D(x,t) = D_1(x,t) + D_2(x,t)$ en løsning av (1).

Merk at dette fører med seg at en vilkårlig sum av løsninger av (1) også er løsning av (1).

Merk også at fysisk betyr dette at to eller flere bølger kan passere samme sted i et medium til samme tid uten å forstyrre hverandre, men på de steder der mer enn én bølge er ulik null til samme tid, adderes utslagene algebraisk.

b) Vis at:

$$D(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt) \tag{2}$$

der f og g er vilkårlige kontinuerlige og to ganger deriverbare funksjoner, er løsning av (1)!

Merk at $f(x - vt)$ representerer en vilkårlig bølge som forplanter seg i positiv x-retning og at $g(x + vt)$ representerer en vilkårlig bølge som forplanter seg i negativ x-retning. $D(x,t)$ gitt ved (2) representerer derfor vilkårlig bølgebevegelse for medier uten dispersjon og dempning.

(Hint: Bruk kjerneregelen på partiell derivasjon. På grunn av det vi har vist i pkt. a, er det nok å se på en av f og g om gangen.)