Løsning Øving 4

Løsning oppgave 1

a) Bølgehastigheten er gitt ved lign. (1.36) i forelesningsnotatene:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{4.0}{0.010}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg/m}}} = \underline{\underline{20\ \mathrm{m/s}}}$$

b)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{20\ \mathrm{m/s}}{1.0\ \mathrm{s}^{-1}} = \underline{\underline{20\ \mathrm{m}}}$$

c) Bølgen er beskrevet ved:

$$y = A\cos(kx - 2\pi\nu t + \varphi) \tag{1}$$

der $k = 2\pi/\lambda$ og φ er en konstant vi skal bestemme. Vi velger $x = 0$ ved svingekilden og må da ha:

$$y = A\cos(-2\pi\nu t + \varphi) = A\cos 2\pi\nu t \tag{2}$$

som gir $\varphi = 0$ siden $\cos u = cos(-u)$ og dermed at bølgen er beskrevet ved:

$$y = A\cos(kx - 2\pi\nu t) \tag{3}$$

For $x = 1.0$ m får vi:

$$\begin{aligned} y &= A\cos\left(2\pi\frac{1.0}{20} - 2\pi\nu t\right) \\ &= A\cos\left[-\left(2\pi\nu t - \frac{1}{10}\pi\right)\right] = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{10}\right) \\ &= \underline{\underline{0.10\ \mathrm{m}\ \cdot\cos\left(2\pi\tau - \frac{\pi}{10}\right)}} \end{aligned}$$

der τ er t målt i sekund (dvs. antall sekunder). Utsvinget er altså her faseforsinket $\pi/10$ i forhold til svingekilden. For $x = 5.0$ m får vi helt tilsvarende:

$$\begin{aligned} y &= A\cos\left(2\pi\frac{5.0}{20} - 2\pi\nu t\right) \\ &= A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right) = 0.10\ \mathrm{m}\cdot\cos\left(2\pi\tau - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \underline{\underline{0.10\ \mathrm{m}\ \cdot\sin 2\pi\tau}} \end{aligned}$$

Utsvinget er altså her faseforskjøvet $\pi/2$ i forhold til svingekilden.

Løsning oppgave 2

a)

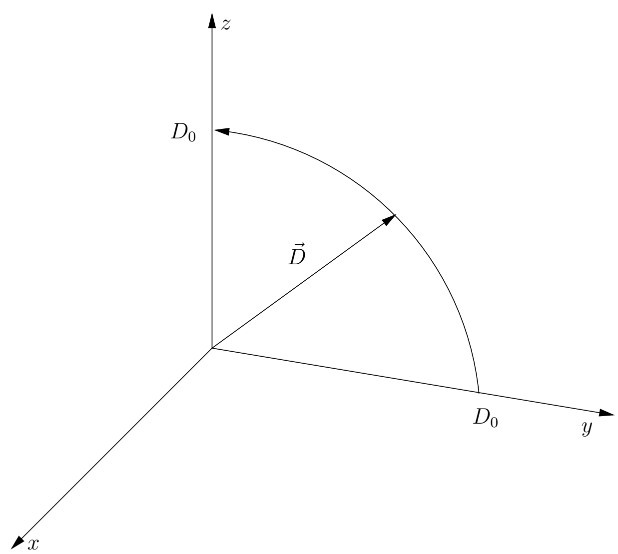
$$
\begin{aligned}
|\vec{D}| &= D_0 \left[\cos^2(kx - \omega t) + \sin^2(kx - \omega t)\right]^{1/2} \\
&= D_0 \qquad \text{for alle } x \text{ og } t
\end{aligned}
$$

dvs. at vi alltid har konstant utsving. Dette må bety at spissen på vektoren $\vec{D}$ alltid må ligge på en sirkel med radius D_0. Siden både D_z og D_y kontinuerlig gjennomløper alle verdier mellom $-D_0$ til $+D_0$, må $\vec{D}$ kontinuerlig gjennomløpe alle punkter på sirklen. Dvs. at bølgen er sirkulær polarisert. q.e.d.

b)

$$
\begin{aligned}
D_z &= D_0 \cos(kx - \omega t) = D_0 \cos(\omega t - kx) \\
D_y &= D_0 \sin(kx - \omega t) = D_0 \cos(kx - \omega t - \pi/2) \\
&= A \cos\left[(\omega t + \pi/2) - kx\right]
\end{aligned}
$$

Dette betyr at for alle verdier av x så ligger D_y faseforskjøvet $\pi/2$ foran D_z. F.eks. så vil D_y nå sin maksimalverdi $+D_0$ en fase $\pi/2$ tidligere enn D_z. Når $D_y = +D_0$ er $D_z = 0$ og $D_y = 0$ når $D_z = +D_0$. Dvs. at vi for enhver verdi av x har en situasjon som skissert nedenfor:



Bølgen forplanter seg i positiv x-retning. Vi ser derfor av skissen ovenfor at $\vec{D}$ roterer mot urviseren for observatør som ser mot bølgens forplantningretning. Bølgen er altså venstre-sirkulær polarisert.

c) Skal vi ha en bølge som er høyre-sirkulær polarisert, må vi la D_z ligge en fase $\pi/2$ foran D_y. Det får vi ved f.eks.

$$\underline{\underline{D_z = D_0 \sin(kx - \omega t)}}$$

og

$$\underline{\underline{D_y = D_0 \cos(kx - \omega t)}}$$