

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- Bølgeligning:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2}$$

- Fasehastighet:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

- Gruppehastighet:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:

$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$

- Generelt for lineær respons i elastiske medier:

$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$

- For transversale bølger på streng:

$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

- For longitudinale bølger i fluider:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

- For longitudinale bølger i faste stoffer:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\bar{P} = v\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\bar{\pi} = \frac{\bar{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_B T$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk ($Q = \text{varme}$):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum ($Q = \text{varme}$):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B \frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

- Dopplereffekt:

$$\nu_O = \frac{1 - v_O/v}{1 - v_S/v} \nu_S$$

- For sjokkbølger:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_S}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} y_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x -retning:

Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}} \xi_{i0}$$

Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Maxwells ligninger på integralform:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q/\varepsilon_0$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Maxwells ligninger på differensialform:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

- Lorentzkraften:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

- Bølgeligning for $\mathbf{E}$ og $\mathbf{B}$ i vakuum:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

- Intensitet i elektromagnetisk bølge:

$$I = c\varepsilon_0 \overline{E^2} = c\varepsilon_0 \langle E^2 \rangle$$

- Poyntings vektor:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

- Impuls i elektromagnetisk bølge:

$$\boldsymbol{\pi} = \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{S}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\mathbf{m} = I\mathbf{A}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende elektrisk dipol $p_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \varepsilon_0 c^3}$$

- Midlere utstrålt effekt fra oscillerende magnetisk dipol $m_0 \cos(\omega t)$:

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 m_0^2 \omega^4}{12\pi c^3}$$

- Malus' lov:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Lineære medier:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{M} &= \chi_m \mathbf{H} \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H} \end{aligned}$$

- Maxwells ligninger etc:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} &= q_{\text{fri}} \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} &= 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \\ \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= I_{\text{fri}} + \frac{d}{dt} \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho_{\text{fri}} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j}_{\text{fri}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

- Energitetthet, Poyntings vektor:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \varepsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \\ \mathbf{S} &= \frac{1}{\mu} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \end{aligned}$$

- For elektromagnetiske bølger i medier ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$):

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{E} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \mathbf{B} &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \\ v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}\end{aligned}$$

- Grenseflatebetingelser ($q_{\text{fri}} = I_{\text{fri}} = 0$ i grenseflaten):

$$\begin{aligned}\Delta D_{\perp} &= 0 \\ \Delta E_{\parallel} &= 0 \\ \Delta B_{\perp} &= 0 \\ \Delta H_{\parallel} &= 0\end{aligned}$$

- Refleksjon og brytning:

$$\begin{aligned}\theta_r &= \theta_i \\ n_1 \sin \theta_i &= n_2 \sin \theta_t\end{aligned}$$

- Youngs eksperiment med to smale spalter:

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)$$