Institutt for fysikk, NTNU
FY1002/TFY4160 Bølgefysikk
Høsten 2007

Midtsemesterprøve Bølgefysikk
Fredag 12. oktober 2007 kl 1215 – 1400.

Merk av svarene dine på side 13. Lever inn alle 13 sidene. Husk å skrive på studentnummer.

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling i bølgefysikk er inkludert på de neste sidene.

Opplysninger:

- Prøven består av 25 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Noen verdier: Tyngdens akselerasjon: $g = 9.8$ m/s^2, Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Avogadros tall: $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, Protonmassen: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg.
- Symboler angis i kursiv (f.eks m for masse) mens enheter angis uten kursiv (f.eks m for meter). Vektorer angis med fete symboler. Enhetsvektorer angis med hatt over.
- SI-prefikser: G (giga) = 10^9, M (mega) = 10^6, k (kilo) = 10^3, c (centi) = 10^{-2}, m (milli) = 10^{-3}, μ (mikro) = 10^{-6}, n (nano) = 10^{-9}, p (piko) = 10^{-12}.
- Diverse:

$$\sin(\alpha + \pi/4) = [\sin\alpha + \cos\alpha]/\sqrt{2}$$

$$\sin(\alpha + \pi/2) = \cos\alpha$$

$$\int (x+a)^{-1/2}\, dx = 2\,(x+a)^{1/2}$$

Formelsamling Bølgefysikk

Fete symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighet og symbolenes betydning antas å være kjent.

- Harmonisk plan bølge:
$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$
- Bølgeligning:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$
- Fasehastighet:
$$v = \frac{\omega}{k}$$
- Gruppehastighet:
$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$
- Generelt for ikkedispersive udempede bølger:
$$v = \sqrt{\frac{\text{elastisk modul}}{\text{massetetthet}}}$$
- Generelt for lineær respons i elastiske medier:
$$\text{mekanisk spenning} = \text{elastisk modul} \times \text{relativ tøyning}$$
- For transversale bølger på streng:
$$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$
- For longitudinale bølger i fluider:
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$
- For longitudinale bølger i faste stoffer:
$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

- Midlere energi pr lengdeenhet for harmonisk bølge på streng:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere energi pr volumenhet for harmonisk plan bølge:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere effekt transportert med harmonisk bølge på streng:

$$\overline{P} = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\mu\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere intensitet i harmonisk plan bølge:

$$I = v\overline{\varepsilon} = \frac{1}{2}v\rho\omega^2\xi_0^2$$

- Midlere impulstetthet for harmonisk bølge:

$$\overline{\pi} = \frac{\overline{\varepsilon}}{v}$$

- Ideell gass:

$$pV = Nk_BT$$

- Varmekapasitet ved konstant trykk (Q = varme):

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

- Varmekapasitet ved konstant volum (Q = varme):

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

- Adiabatiske forhold (dvs ingen varmeutveksling):

$$pV^\gamma = \text{konstant}$$

- Adiabatkonstanten:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Gass med 1-atomige molekyler: $\gamma = 5/3$. Gass med 2-atomige molekyler: $\gamma = 7/5$.

- Bulkmodul for ideell gass ved adiabatiske forhold:

$$B = \gamma p$$

- Lydhastighet i gass (m = molekylmassen):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

- Lydtrykk:

$$\Delta p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x}$$

- Lydnivå:

$$\beta(\text{dB}) = 10\log\frac{I}{I_0}$$

med $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

- Dopplereffekt:

$$\nu_\text{O} = \frac{1 - v_\text{O}/v}{1 - v_\text{S}/v}\,\nu_\text{S}$$

- For sjokkbølger:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_\text{S}}$$

- Transversal bølge på streng med massetetthet μ_1 for $x < 0$ og μ_2 for $x > 0$, innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$y_{r0} = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$y_{t0} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}}\, y_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

- Plan lydbølge normalt inn mot grenseflate i $x = 0$ mellom to medier med elastiske moduler og massetettheter henholdsvis E_1, ρ_1 (for $x < 0$) og E_2, ρ_2 (for $x > 0$), innkommende bølge propagerer i positiv x-retning:

  Amplitude for reflektert bølge:

$$\xi_{r0} = \frac{\sqrt{\rho_2 E_2} - \sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Amplitude for transmittert bølge:

$$\xi_{t0} = \frac{2\sqrt{\rho_1 E_1}}{\sqrt{\rho_2 E_2} + \sqrt{\rho_1 E_1}}\, \xi_{i0}$$

  Refleksjonskoeffisient:

$$R = \frac{\overline{P}_r}{\overline{P}_i}$$

  Transmisjonskoeffisient:

$$T = \frac{\overline{P}_t}{\overline{P}_i}$$

Oppgaver

---

1) En masse er festet til ei fjær og utfører udempede harmoniske svingninger med vinkelfrekvens ω. Ved et bestemt tidspunkt er fjæra strukket en lengde x_0 og massens hastighet er da null. Hva er massens maksimale hastighet?

A ωx_0
B $2\omega x_0$
C $\sqrt{2}\omega x_0$
D $\omega x_0/\sqrt{2}$

---

2) En masse m er festet til ei fjær med fjærkonstant k og utfører dempede svingninger. Friksjonskraften er $b \cdot v$, der v er massens hastighet og b er en dempingskonstant. Dersom vi har *svak* demping, vil massen svinge fram og tilbake med periode

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m - b^2/4m^2}}$$

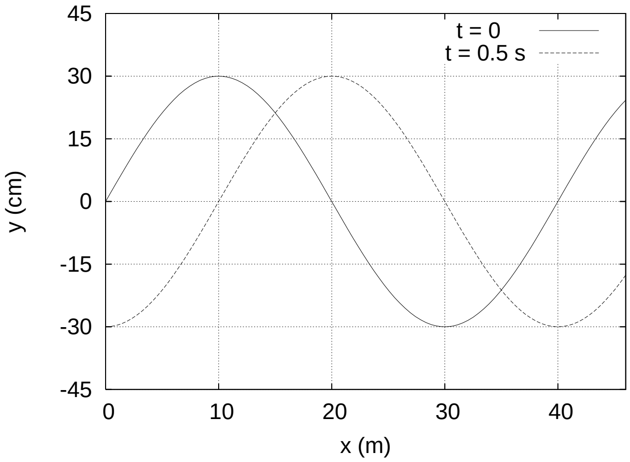
Hva blir da svingeperioden for kondensatorladningen q (og strømmen I) i en elektrisk krets bestående av en motstand R, en kapasitans C og en induktans L koblet i serie (når motstanden R er forholdsvis liten)?
Oppgitt:

$$L\frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C} = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

A $T = 4\pi L/\sqrt{1/C - R^2}$
B $T = (2\pi L/R)/\sqrt{1 - L/CR^2}$
C $T = 2\pi/\sqrt{LC - L^2R^2/4}$
D $T = (4\pi L/R)/\sqrt{4L/CR^2 - 1}$

Figur 1:



Figur 1 gjelder oppgavene 3-6 og viser to øyeblikksbilder av (en del av) en harmonisk transversal bølge som forplanter seg i positiv x-retning på en streng.

---

3) Hva kan bølgens hastighet være?

A 10 m/s
B 50 m/s
C 100 m/s
D 150 m/s

---

4) Hva er tilhørende frekvens?

A 1.0 Hz
B 1.5 Hz
C 2.0 Hz
D 2.5 Hz

---

5) Hva er strengelementenes maksimale hastighet?

A 1.9 m/s
B 2.7 m/s
C 3.9 m/s
D 4.7 m/s

---

6) Bølgen kan beskrives ved funksjonen $y_0 \sin(kx - \omega t - \phi)$. Hva er da fasekonstanten ϕ?

A $\phi = 0$
B $\phi = \pi/4$
C $\phi = \pi/2$
D $\phi = 3\pi/4$

---

7) En gitarstreng med lengde 75 cm er festet i begge ender. Strekket i strengen er 150 N og massen er 7.2 g. Hva er frekvensen til strengens 2. harmoniske (dvs nest laveste resonansfrekvens)?

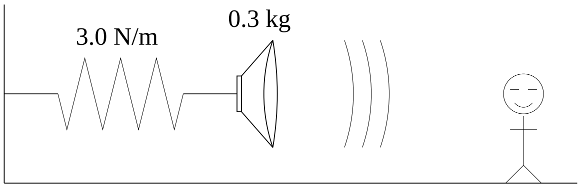
A 103 Hz
B 119 Hz
C 141 Hz
D 167 Hz

8) To biler kjører rett fra hverandre, bil nr 1 med hastighet 50 m/s og bil nr 2 med hastighet 5 m/s. Begge bilene er utstyrt med en sirene som genererer en harmonisk lydbølge med frekvens 500 Hz. Det er vindstille, og været er ellers slik at lydhastigheten denne dagen er $v = 340$ m/s. Hvilken frekvens ν_1 måler bil nr 1 fra sirenen i bil nr 2, og hvilken frekvens ν_2 måler bil nr 2 fra sirenen i bil nr 1?

A $\nu_1 = 420$ Hz og $\nu_2 = 420$ Hz
B $\nu_1 = 420$ Hz og $\nu_2 = 429$ Hz
C $\nu_1 = 434$ Hz og $\nu_2 = 425$ Hz
D $\nu_1 = 429$ Hz og $\nu_2 = 429$ Hz

9) En høyttaler med masse 0.3 kg er festet til ei tilnærmet masseløs fjær med fjærkonstant 3.0 N/m. Høyttaleren svinger harmonisk med amplitude 0.15 m og sender samtidig ut en tone på 800 Hz. Hvis du står rett foran høyttaleren, vil du høre små variasjoner i tonens frekvens. Hva er forskjellen mellom største og minste frekvens du hører? Lydhastigheten er 340 m/s.

A 1.6 Hz
B 2.2 Hz
C 2.9 Hz
D 3.6 Hz



10) Sjokkbølgen fra et jagerfly som flyr horisontalt treffer deg 1.85 s etter at flyet passerte rett over deg. Lydhastigheten er 340 m/s, og flyets hastighet er 2.3 ganger så stor (dvs machtall = 2.3). I hvilken høyde flyr flyet?

A ca 0.7 km
B ca 1.7 km
C ca 2.7 km
D ca 3.7 km

11) Hva er lydhastigheten i hydrogengass (H_2) ved romtemperatur (300 K)? Et hydrogenatom har ett proton i kjernen (og ingen nøytroner).

A 345 m/s
B 928 m/s
C 1317 m/s
D 1641 m/s

---

12) En sommerdag synker plutselig temperaturen fra 300 K til 298 K. Hvor mye endres da lydhastigheten?

A -0.5 %
B -0.3 %
C $+0.3$ %
D $+0.5$ %

---

13) En liten høyttaler sender ut lydbølger med like stor intensitet i alle retninger. Dersom du måler et intensitetsnivå på 80 dB i en avstand 40 m fra høyttaleren, hva er da intensitetsnivået 5 m fra høyttaleren?

A 98 dB
B 104 dB
C 108 dB
D 115 dB

---

14) Den plane bølgen $\xi(\boldsymbol{r}, t) = \xi_0 \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \phi)$ forplanter seg

A i samme retning som $\boldsymbol{r}$.
B i samme retning som $\boldsymbol{k}$.
C i en retning normalt på $\boldsymbol{r}$.
D i en retning normalt på $\boldsymbol{k}$.

---

15) Bølgen

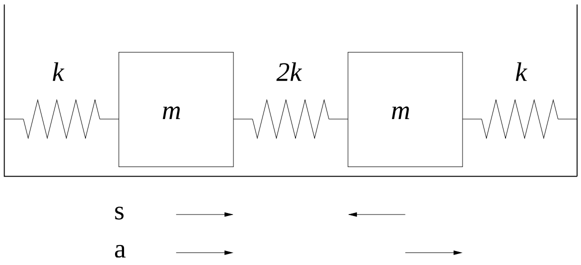
$$\boldsymbol{D}(x, t) = D_0 \hat{y} \sin(kx - \omega t) + 3D_0 \hat{z} \cos(kx - \omega t)$$

er

A upolarisert.
B lineærpolarisert.
C sirkulærpolarisert.
D elliptiskpolarisert.

---

16) To like store masser m er festet til fjærer med fjærkonstanter k og $2k$ som vist i figuren. De to massene kan svinge i to vibrasjonsmoder (”normale moder”): en ”symmetrisk” mode (s) der massenes utsving fra likevekt er like store men med motsatt fortegn og en ”antisymmetrisk” mode (a) der massenes utsving fra likevekt er like store og med samme fortegn. De tilhørende vinkelfrekvensene er henholdsvis ω_s og ω_a. Hva blir forholdet mellom disse, dvs ω_s/ω_a?



A $\sqrt{2}$
B $\sqrt{3}$
C $\sqrt{5}$
D $\sqrt{7}$

17) En gaussformet bølgepakke

$$\xi(x,t) = \xi_0 \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{a^2}\right]$$

vandrer med hastighet v langs en streng med masse μ pr lengdeenhet. Størrelsen $\xi(x,t)$ representerer det transversale utsvinget av strengen. Hva blir bølgepakkens totale impuls p?
Oppgitt:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} \mu \frac{\partial \xi}{\partial t}\left(1 - \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta^2 e^{-\beta^2} d\beta = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \beta e^{-\beta^2} d\beta = 0$$

A $\mu\,\xi_0^2\,(v^2/a^2)\sqrt{\pi/2}$
B $\mu\,\xi_0\,v\,\sqrt{\pi}$
C $\mu\,\xi_0\,v\,\sqrt{\pi/2}$
D $\mu\,\xi_0^2\,(v/a)\sqrt{\pi/2}$

18) Et langt, tynt rør som er åpent i den ene enden og lukket i den andre skal brukes til å lage stående lydbølger med frekvens 250 Hz. Dette skal være rørets laveste resonansfrekvens (grunntonen). Hvor langt må da røret være? Lydhastigheten er 340 m/s.

A 34 cm
B 68 cm
C 102 cm
D 136 cm

---

19) Hva blir tredje laveste resonansfrekvens i røret i forrige oppgave?

A 500 Hz
B 750 Hz
C 1000 Hz
D 1250 Hz

---

20) To like gitarstrenger har litt ulik stramming slik at de svinger med frekvens henholdsvis 440 og 444 Hz (men med like stor amplitude). Hva hører du?

A To toner, henholdsvis 440 og 444 Hz, og konstant intensitet.
B En tone med frekvens 884 Hz, der intensiteten varierer mellom sterk og svak med periode et halvt sekund.
C En tone med frekvens 442 Hz, der intensiteten varierer mellom sterk og svak med periode et kvart sekund.
D To toner, henholdsvis 440 og 444 Hz, der intensiteten varierer mellom sterk og svak med periode fire sekunder.

---

21) To harmoniske lydbølger med samme amplitude ξ_0 og samme vinkelfrekvens ω propagerer i positiv x-retning. De to lydbølgene er faseforskjøvet $\pi/2$ i forhold til hverandre. Hvis bare en av lydbølgene er til stede, er midlere intensitet I_0. Hva er da midlere intensitet med begge lydbølgene til stede samtidig?

A I_0
B $\sqrt{2}I_0$
C $2I_0$
D $4I_0$

---

22) En stålstang er skjøtt sammen med en kobberstang i en jevn og plan grenseflate. Stål har massetetthet 7800 og Youngs modul $2.0 \cdot 10^{11}$ mens kobber har massetetthet 8900 og Youngs modul $1.1 \cdot 10^{11}$ (alt oppgitt i SI-enheter). En harmonisk lydbølge propagerer langs stålstangen med retning mot grenseflaten. Hva blir forholdet mellom amplituden til lydbølgen som transmitteres inn i kobberstangen og amplituden til innkommende lydbølge?

A 1.12
B 0.88
C 0.65
D 0.12

---

23) Det er en deilig sommerdag, og du har dratt for å bade. Med et øre over og et øre under vannflaten hører du lyden av en eksplosjon ute på innsjøen. Lydbølgen under vann høres to sekunder før lydbølgen i lufta. Hvor langt er det omtrent fra der du ligger og plasker og ut til eksplosjonsstedet? Vannet har, i SI-enheter, bulkmodul $2.1 \cdot 10^9$ og massetetthet 10^3. Lydhastigheten i luft er 340 m/s.

A 630 m
B 890 m
C 1120 m
D 1460 m

---

24) En streng med lengde L henger vertikalt i tyngdefeltet. Den øverste halvdelen har masse μ_1 pr lengdeenhet og den nederste halvdelen har masse $3\mu_1$ pr lengdeenhet. En bølgepuls genereres øverst på strengen og vandrer nedover strengen. Hvor stor andel av bølgepulsens energi passerer skjøten midt på strengen og fortsetter videre på den nederste halvdelen?

A $2\sqrt{3}/(2+\sqrt{3})$
B $\sqrt{3}/(1+\sqrt{3})$
C $2/(1+\sqrt{3})$
D $1/(2+\sqrt{3})$

---

25) Hvor lang tid bruker bølgepulsen i forrige oppgave på å vandre hele strengens lengde, fra øverst til nederst? (Tips: Strekket i strengen i en gitt posisjon er bestemt av tyngden av massen nedenfor.)

A $(3+\sqrt{3})\sqrt{L/g}$
B $(3-\sqrt{3})\sqrt{2L/g}$
C $(6-\sqrt{2})\sqrt{Lg}$
D $(2-\sqrt{3})\sqrt{L/g}$

Institutt for fysikk, NTNU, høsten 2007

FY1002/TFY4160 Bølgefysikk

Midtsemesterprøve fredag 12. oktober 2007 kl 1215 – 1400.

Emnekode: ☐ Studentnummer: ☐

Oppgave	A	B	C	D	Oppgave	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	21	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	22	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	23	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	24	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐
13	☐	☐	☐	☐					

NB: Kontroller at du har satt ETT kryss for hver av de 25 oppgavene.